

Extra övningsuppgifter 5

23/11 1997

9.1 En rektangels area är konstant. Rektangelns längd och bredd förändras som (deriverbara) funktioner av tiden. Vid ett tillfälle är rektangelns längd 10 meter och dess bredd 8 meter. Vid denna tidpunkt ökar längden med 0.2 m/s. Hur snabbt förändras rektangelns bredd vid samma tidpunkt?

9.2 Nisse kastar en sten i vattnet. Från nedslagsplatsen utbreder sig ringar på vattnet. Hur snabbt förändras arean av området som innesluts av en vattenring med radien 30 cm om ringens utbredningshastighet i radiens riktning är 5.0 cm/s?

9.3 Vatten rinner i ett rör med hastigheten

$$v = k \cdot x^4$$

där x är rörets diameter och k är en konstant. Med hur många procent måste man öka rörets diameter om vattenhastigheten skall öka med 20%?

9.4 En kropp rör sig i x - y -planet. Vid tiden t sekunder befinner den sig i punkten $(x(t), y(t))$, där

$$x(t) = 2 \cos(5t) \quad \text{och} \quad y(t) = 3 \sin(5t)$$

(a) Visa att kroppen rör sig längs ellipsen $9x^2 + 4y^2 = 36$.

(b) Bestäm $x'(t)$ och $y'(t)$.

(c) Kroppens *fart* definieras enligt $f(t) = \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2}$. Beräkna kroppens fart vid tiden $t = 1$ sekund.

(d) Bestäm, genom att använda kedjeregeln, riktningskoefficienten för ellipsens tangent i den punkt som fås då $t = 1$ sekund.

(e) Lös (d) genom att derivera implicit i ellipsens ekvation.

9.5 Sidlängden s i en kub ökar med hastigheten 4.0 cm/s.

(a) Med vilken hastighet ökar kubens volym då $s = 5.0$ m?

(b) Ungefär hur mycket ökar kubens volym under 0.2 sekunder, räknat från den tidpunkt då $s = 5.0$ m?

9.6 En bubbelpool har formen av en cylinder med diametern 140 cm. Vatten fylls på med 0.6 liter/s tills vattenhöjden blir 80 cm.

(a) Hur snabbt stiger vattenhöjden?

(b) Hur lång tid tar det att fylla en från början tom bubbelpool?

Facit till extra övningsuppgifter 5

- 9.1** Bredden minskar med 0.16 m/s
- 9.2** $940 \text{ cm}^2/\text{s}$
- 9.3** 5%
- 9.4** (a) *Ledning*: Beräkna $9(x(t))^2 + 4(y(t))^2$.
(b) $x'(t) = -10 \sin(5t)$ $y'(t) = 15 \cos(5t)$
(c) 10,5 l.e./s
(d) $k \approx -0.44$ (e) $k \approx -0.44$
- 9.5** (a) $3.0 \text{ m}^3/\text{s}$ (b) ungefär 0.6 m^3
- 9.6** (a) 0.039 cm/s (b) drygt 34 minuter