

8.1 En kropp rör sig i planet enligt

$$\begin{cases} x(t) = 3 \cos t - 4 \sin t + e^{-t} \\ y(t) = 4 \cos t + 3 \sin t + 3e^{-2t} \end{cases}$$

(a) Beräkna $\lim_{t \rightarrow \infty} (x^2(t) + y^2(t))$.

(b) Ge en geometrisk tolkning av ditt resultat från (a).

8.2 (a) För vilka värden på den positiva konstanten a har funktionen

$$f(x) = \frac{(\sin(3x))^2}{x^a}$$

en hävbar diskontinuitet i $x = 0$?

(b) För det största av a -värdena i (a), hur ska $f(0)$ definieras för att f skall bli kontinuerlig?

8.3 Använd satsen om mellanliggande värden för att visa att funktionen

$$y = 2^x - x^2$$

antar (det exakta) värdet 5 på intervallen

(a) $4 \leq x \leq 5$

(b) $4.5 \leq x \leq 5.0$

(c) Dela intervallet $4.5 \leq x \leq 5.0$ i två lika långa delar. Välj den del i vilket funktionen antar värdet 5. Bestäm, genom att fortsätta dela intervallen, ett slutet intervall med längd < 0.05 inom vilket funktionen $y = 2^x - x^2$ antar värdet 5.

8.4 (a) Bestäm lodräta och vågräta asymptoter till funktionen

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-x}}$$

(b) Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\sqrt{x-x}}$$

Facit till extra övningsuppgifter 4

7.1 (a) Efter 197 dagar

$$(b) P(t) = \begin{cases} 400t & \text{för } 0 \leq t \leq 45 \\ 18000 - 250(t - 45) & \text{för } 46 \leq t \leq 65 \\ 33000 - 250(t - 65) & \text{för } 66 \leq t \leq 197 \end{cases}$$

$$(c) D_P = \{0 \leq t \leq 197\} \quad V_P = \{0 \leq P \leq 33000\}$$

7.2 (a) 50 år

(b) 100 år

(c) 150 år

7.3 $f^{-1}(x) = \frac{\ln x - \ln 3}{\ln 2}$

7.4 (a) 17000 kr

(b) 16600 kr

7.5 (a) $y = 2 \sin 4x$ och $y = 2 \sin\left(3x + \frac{\pi}{2}\right)$

(b) $y = 4 \sin\left(\frac{7x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$

8.1 (a) 25

(b) Kroppen rör sig efter lång tid i en (nästan) cirkulär bana med radien 5

8.2 (a) $a \leq 2$ (b) $f(0) = 9$ 8.3 (c) T.ex. $4.8125 \leq x \leq 4.84375$ 8.4 (a) Lodrät asymptot: $x = 1$ Vågrät asymptot: $y = -1$

(b) 0