

Extra övningsuppgifter 8**25/2 1998****14.1** Lös följande differentialekvationer.

(a) $y'' - 4y = 0$

(b) $y'' + 4y = 0$

14.2 Lös följande differentialekvationer.

(a) $y'' - 6y' + 10y = 0$

(b) $y'' - 6y' + 8y = 0$

14.3 För vilka värden på konstanten a gäller att $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = 0$, då $y(x)$ är den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y'' + 4y' + ay = 0 \quad ?$$

14.4 Lös följande differentialekvationer.

(a) $y'''' + y'' - 4y' - 4y = 0$

(b) $y^{(4)} + 5y'' + 4y = 0$

14.5 Funktionen $y = e^x \cos 2x$ är en partikulärlösning till differentialekvationen nedan. Bestäm den allmänna lösningen.

$$y^{(4)} - 2y'''' + 7y'' - 4y' + 10y = 0$$

15.1 Bestäm lösningsfunktionens Maclaurinpolynom av ordning 5.*Ledning:* Derivera i ekvationen.

(a) $y' = x + y^2, y(0) = 0$

(b) $y' = x^2 + y, y(0) = 0$

15.2 Den ena av differentialekvationerna i förra uppgiften kan lösas exakt med metoderna från kapitel 14. Bestäm lösningen.**15.3** Bestäm lösningsfunktionens Maclaurinpolynom av ordning 8.

$$y'' = xy' - y \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

15.4 Bestäm Maclaurinutvecklingen för $\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$. *Ledning:* Utnyttja logaritmlagar.**15.5** Bestäm ett närmevärde till $\ln 3$ genom att använda Maclaurinutvecklingen från förra uppgiften. Ta med termer till och med grad 7.

Facit till extra övningsuppgifter 8

14.1 (a) $y = Ae^{2x} + Be^{-2x}$

(b) $y = A \sin 2x + B \cos 2x$

14.2 (a) $y = e^{3x}(A \sin x + B \cos x)$

(b) $y = Ae^{4x} + Be^{2x}$

14.3 $a > 0$

14.4 (a) $y = Ae^{2x} + Be^{-2x} + Ce^{-x}$

(b) $y = A \sin x + B \cos x + C \sin 2x + D \cos 2x$

14.5 $y = e^x(A \sin 2x + B \cos 2x) + C \sin(x\sqrt{2}) + D \cos(x\sqrt{2})$

15.1 (a) $P_5(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^5}{20}$

(b) $P_5(x) = \frac{x^5}{60} + \frac{x^4}{12} + \frac{x^3}{3}$

15.2 $y = 2e^x - x^2 - 2x - 2$

15.3 $P_8(x) = 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{24} - \frac{x^6}{240} - \frac{x^8}{2688}$

15.4 $\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) = 2x + \frac{2x^3}{3} + \frac{2x^5}{5} + \frac{2x^7}{7} + \dots$

15.5 1.0981 (sätt in $x = \frac{1}{2}$ i utvecklingen ovan)