Tillägg till kapitel 7, Elementär algebra

Sid 249 , tredje stycket.
Ett tillägg på slutet

Det var först i början av 1800-talet som en mera tillfredsställande teori om komplexa tal skapades. Den är numera ett oundgängligt hjälpmedel inom olika tillämpningsområden som t ex elektricietets- och vågrörelselära.

Sid 258
Före teorem 7.4 skulle jag vilja ha följande tillägg:
Konjugering är en operation som används i många andra sammanhang än vid division. Vi skall nu undersöka vad som händer om vi konjugerar summor, skillnader, produkter och kvoter av komplexa tal. Antag t ex att $z =$ = 3 + 2i och w = 4 – 5i. Vi vill jämföra $\overline{z \cdot w}$ och $\bar{z} \cdot \overline{w}$ och beräknar därför först produkten $z \cdot w = (3+2i)(4-5i) = 22-7i$ vars konjugat är $\overline{z \cdot w} = 22+7i$. Om vi istället först konjugerar z och w och sedan multiplicerar konjugaten får vi $\bar{z} = 3-2i$, $\overline{w} = 4+5i$ och $\bar{z} \cdot \overline{w} = (3-2i)(4+5i) = 22+7i$ som är lika med $\overline{z \cdot w}$. Vi får alltså i detta fallet samma sak om vi först multiplicerar och sedan konjugerar två komplexa tal som om vi först konjugerar och sedan multiplicierar dem. Vi visar i nästa sats att detta samband alltid gäller liksom motsvarigheterna för addition, subtraktion och division.

Sid 259 företeorem 7.5.
Vi har tidigare visat att $z \cdot \bar{z} = |z|^2$. Vi kan nu utnyttja denna likhet för att visa motsvarigheter för absolutbelopp till (iv) och (v) i Teorem 7.4.

Sid 259 efter beviset av teorem 7.5 (det blir väl överst på sid 260)
Reglerna (iii) och (iv) i Teorem 7.5 kan många gånger förenkla räkningarna. Antag att vi vill beräkna absolutbeloppet av

$$\frac{(1+3i)(2-4i)}{2+i}.$$

Istället för att först beräkna produkten, sedan kvoten och därefter bestämma absolutbeloppet kan det var enklare att göra på följande sätt

$$\left|\frac{(1+3i)(3-4i)}{2+i}\right| = \frac{|1+3i| \cdot |3-4i|}{|2+i|} = \frac{\sqrt{10} \cdot 5}{\sqrt{5}} = 5\sqrt{2}.$$

Sid 267 efter beviset av Corollariet

För att illustrerar den vänstra delen av triangelolikheten kan vi antaga att $|z+4+3i| \le 7$ och vi ställer frågan: Hur stort kan $|z|$ bli? Med hjälp av triangelolikheten får vi att

$$|z+4+3i| \ge |z| - |4+3i| = |z| - 5$$

och eftersom $|z+4+3i| \le 7$ så måste $|z| - 5 \le 7$ dvs $|z| \le 12$. Vi har alltså visat att $|z|$ aldrig kan bli större än 12. Man kan också övertyga sig om detta geometriskt genom att rita cirkeln $|z+4+3i| \le 7$. Det är då lätt att hitta ett z som visar att att värdet 12 verkligen antas. Vi kan t ex välja $z = 0.4 \cdot (4+3i)$.