# Elektriska nät – tips och lösningar

## Instruktioner

Problemen i boken avslutas med en ruta, siffrorna i rutan anger var i lösningsdelen det behandlas. Klicka i den aktuella rutan nedan så hamnar du i tipsdelen. Är detta inte tillräckligt för att du skall få någon ordning på lösningen, kan du klicka dig vidare till en fullständig lösning.

Problemen kan ofta lösas på flera olika sätt och här ges i allmänhet endast *en* lösning. Den angivna lösningen behöver inte alltid vara den smartaste. Har du själva löst problemet kan du jämföra lösningarna och se vilken lösning som är den fiffigaste.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | | | | | | |

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

# Tips

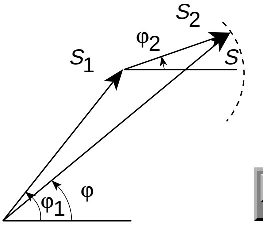
**1.** Ersätt med visare: $x \rightleftarrows X$, $dx/dt \rightleftarrows j\omega X$, etc.
$\cos(2t + 45°) \rightleftarrows 1\ \underline{/45°}$, $\omega = 2$.

**2.** Bestäm generatorns belastningsimpedans $Z_L = R_L + jX_L$, vari det okända $L$ ingår. Komplexa effekten $S = Z_L I_e^2 = R_L I_e^2 + jX_L I_e^2 = 5200 - j2000$.

Två ekvationer, två obekanta.

**3.** Två komplexa effekter:

$|S_1| = 250$ kVA, $\cos\varphi_1 = 0{,}5$, $\varphi_1 = 60°$
$|S_2| = 100$ kVA, $\varphi_2$ ej fix.




Geometrisk lösning, se fig.

Vinkeln $\varphi_2$ skall väljas så att totala belastningens $\cos\varphi$ blir maximal.

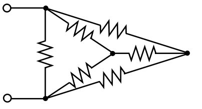
**4.** Ur övre fig:a fås en ekvivalent tvåpol, som kan utnyttjas i den nedre. Sedan Tellegen på de nedre fig:a.

**5.** Norton $\rightarrow$ Thevenin omvandla 2A-källan. Observera att spänningen $u$ efter omvandlingen ligger över den nya spänningskällan plus 1 Ω-resistansen. Inför maskströmmar $i_1$ och $i_2$ (= $i$).

Sedan uppställs matrisekvationen. 2 $u$-källan uttrycks i $i_1$. $i_1$-termen i 2 $u$ flyttas från höger sida till vänster sida i matrisekvationen ("komplikation 3").

**6.** Omvandla vänstra grenen (Thevenin $\rightarrow$ Norton).
Sedan nodanalys.

**7.** Rita om resistansnätet enligt fig.
Gör sedan om t.ex. en av de högra trianglarna till stjärna, etc.



**8.** Vid samordnade referensriktningar fås $p$ = mottagen effekt.

**9.** Använd samordnade referensriktningar.

**10.** Inför strömmar. Använd $KCL$ och $KVL$ samt teckna de två effekterna, varvid samordnade referensriktningar bör användas.
Två lösningar.

**11.** Transformera 100 Ω-resistansen till primärsidan. Resistansen och $jX$ utgör belastningen, vars impedans skall väljas enligt anpassningsfall 1.

**12.** Använd ekvivalenta tvåpolerna enligt problem 5.1 och 5.2 samt $KVL$.

**13.** Utnyttja: $I = U_o/R$ vid resonans, $B = \omega_o/Q$, $Q = \omega_o L/R$, $\omega_o = 1/\sqrt{LC}$.
Eftersom kapacitansändringen är liten, måste du vara noggrann vid de numeriska beräkningarna eller använda t.ex. följande trick:

$$\omega_o L - \frac{1}{\omega_o(C+\Delta C)} = \omega_o L - \frac{1}{\omega_o C\left(1+\frac{\Delta C}{C}\right)} = \omega_o L - \frac{1}{\omega_o C}\left(1-\frac{\Delta C}{C}+\dots\right) \approx \frac{\Delta C}{\omega_o C^2}$$


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**14.** Av symmetriskäl är $v_A = v_B$, dvs. ingen ström går genom undre 13 Ω-resistansen. Symmetri ger även $i_2 = i_3 = i_4 = i_5$.

**15.** Slå ihop de två impedanserna till höger till en impedans. Sedan masknalys.

**16.** Thevenin → Nortonomvandla 2 $u$-källan. Uppställ sedan matris-ekvationen och flytta 2 $u$-källans term från höger sida till vänster (”komplikation 3”).

**17.** Använd *KVL* i vänstra maskan, Ohms lag i högra maskan.

**18.** Flytta $R_1$-grenen så att den hamnar till vänster om $u_o$ + $R$-grenen (de är ju parallella).

Förenkla sedan nätet, utom $R_1$-grenen, med hjälp av Thevenin → Norton och Norton → Thevenin.

**19.** Slå ihop 0,5F-kapacitansen och 4 Ω-resistansen till en impedans. Använd sedan *KVL* och transformatorformlerna för spänning och ström.

**20.** Använd transformatorformlerna för spänning och ström. Sedan *KVL* och *KCL*.

**21.** Använd $|U_C| = Q|U_o|$ och $B = \omega_o/Q$.

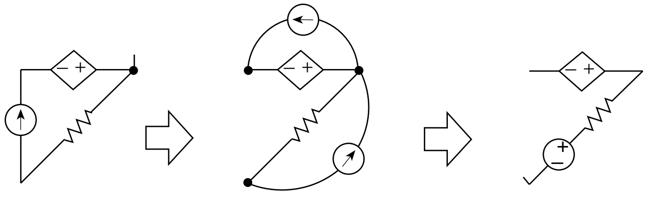
**22.** Se upp med 0,2A-riktningen (samordnade referensriktningar skall användas).

**23.** Använd först *KCL* på en av noderna. Teckna sedan spänningen $u$ över 2Ω-resistansen plus 2H-induktansen.

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**24.** Omvandla en triangel till stjärna, etc.

**25.** Använd maskanalys. Strömkällan måste omvandlas till spänningskälla enligt ”komplikation 2”, t.ex. så här:



Sedan matrisekvation direkt.

**26.** Konstruera i följande ordning: $U_C$, $I_C$, $I_{R2}$, $I_1$, $U_{R1}$, $U_L$, $U_o$.

**27.** Använd serie- och parallellkopplingsreglerna växelvis.

**28.** a) $\omega_o = 1/\sqrt{LC}$

b) Vid resonans gäller:

$$\mathrm{I} = \frac{U_o}{R}, \quad U_R = U_o, \quad U_L = jQU_o, \quad U_C = -\,jQU_o, \quad Q = \omega_o\, L/R$$

c) $B = \dfrac{\omega_o}{Q}$

d) $$|I| = \frac{|U_o|}{\left|R + j\left(\omega_o L - \dfrac{1}{\omega_o(C+\Delta C)}\right)\right|} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\frac{|U_o|}{R}$$

**29.** Ersätt prickarna med beroende källor. Sedan maskanalys, som ger $I_1$. Se upp med $I_2$:s riktning.

**30.** Använd $KCL$ i en nod och $KVL$ i en slinga.


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**31.** Gör om nätet till vänster om $Z$ till en ekvivalent tvåpol (impedansen $2 + j5\Omega$ saknar betydelse). Sedan gäller fall 1.

**32.** Bestäm med hjälp av visardiagram huvudspänningarna. Fasströmmarna i belastningen beräknas därefter. Fasströmmarna fås sedan ”direkt”.

**33.** Ersätt de kopplade induktanserna med en ekvivalent induktans; jfr problem 16.1. Bestäm sedan t.ex. tomgångsspänning och kortslutningsström.

**34.** Koppla en spänningskälla $U_o$ till tvåpolen. Sätt ut strömmar $I$, $I_1$ och $I_2$. Ersätt prickarna med beroende källor. Använd sedan $KVL$, etc.

$$Z_{in} = U_o/I.$$

**35.** Jobbigt problem. Inför maskströmmar $I_1$ och $I_2$.

a) Använd $P = \frac{1}{2}|U_L|\,|I_2|\cos\varphi_L$ som ger $I_2$.

Sedan maskanalys, som ger $I_2$ med $U_o$ som obekant.

b) Beräkna $I_1$. Generatorns $\varphi$ fås ur $U_o$ och $I_1$:

$$\varphi = \measuredangle U_o - \measuredangle I_1$$

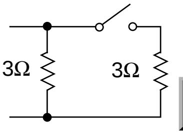
c) $P_{\text{gen}} = \frac{1}{2}\text{Re}\,[U_o I_1{}^*]$

d) $P_{\text{ledn}} = RI_{1e}^2 + RI_{2e}^2$

e) Bestäm generatorns avgivna reaktiva effekt $Q_{\text{gen}}$.
Välj kapacitansen så att dess reaktiva effekt = $-Q_{\text{gen}}$.

**36.** $i_o$:s serieimpedanser saknar betydelse här. Norton $\rightarrow$ Theveninomvandla $i_o$ och 160 $\Omega$. Sedan *KVL*. Avgiven effekt fås om vi **ej** använder samordnade referensriktningar. Observera att $i_o$ är en sinusfunktion.

**37.** Bestäm spänningen över strömbrytaren. Använd sedan slutningssatsens högra figur, moment 9.1 i studiedelen.




**38.** Bestäm först spänningen över kontakten *K* t.ex. genom att tillämpa Norton $\rightarrow$ Thevenin och Thevenin $\rightarrow$ Norton på källan. Därefter används slutningssatsens högra figur, se moment 9.1 i studiedelen.

**39.** Använd parallellkopplingslagen och teckna $Z$.

Liknämniggör.

Sätt $Z$ lika med en reell konstant. Separera imaginär- och realdelar ur denna ekvation. Studera dessa relationer för $\omega = 0$ och $\omega = \infty$.

**40.** Maskanalys bra. Om samordnade referensriktningar ej används här, fås avgiven effekt för källorna, vilket är naturligast.

**41.** Sätt ut alla spänningar och använd transformatorformlerna för spänningar, jämte *KVL*. Observera att de två sekundärlindningarna är parallellkopplade.

**42.** Sätt ut prickar (tre olika par), ersätt dem med beroende källor.

Använd sedan maskanalys.


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**43.** Antag att komponenterna har admittansen $G$ resp. $jB$. Använd

$$Y = G + jB = \frac{I}{U_o}$$

Observera att $u_o$ är en sinusfunktion.

**44.** Använd *KCL* i en nod och *KVL* i en slinga.

**45.** Bestäm ekvivalenta tvåpolen för kretsen till vänster om $R$. Observera vid bestämningen av kortslutningsströmmen att det går ström genom den kortslutna induktansen. Därefter tillämpas fall 2.

**46.** Omvandla ”1 Ω-stjärnan” till triangel samt Thevenin $\rightarrow$ Nortonomvandla båda ”källgrenarna”. Sedan parallellkoppling och tvåpolsomvandlingar.

**47.** Omvandla grenen i mitten enligt Thevenin $\rightarrow$ Norton. Slå ihop de parallella strömkällorna resp. resistanserna. Sedan Norton $\rightarrow$ Thevenin. Alternativ: Bestäm tomgångsspänningen (spänningsdelning) och ekvivalenta resistansen (nollställ källan).

**48.** $I$ fås ur *KVL* för de två maskorna. Gå från ① till ⑦ och summera spänningar. Observera att spänningen över en strömkälla sällan är noll

**49.** a) Vi tänker oss att en spänningskälla ansluts mellan A och a. På grund av symmetrin fås $v_b = v_c$ och $v_B = v_C$, dvs. ingen ström går igenom 1 Ω-resistanserna som ligger mellan b och c resp. B och C. Ta bort dem.

b) Gör om den inre och den yttre triangeln till stjärnor. Omvandla sedan den triangel som bildas av C och de två stjärnornas mittpunkter till en stjärna. Etc.

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**50.** Inför tre prickar enligt prickregeln. Inför spänningar och strömmar. Använd transformatorformlerna för spänning och ström vid transformator med tre lindningar. Använd sedan *KVL*.

**51.** De två mätningarna ger en ekvivalent tvåpol för nätet till vänster om $Z_2$.

**52.** Använd Thevenin $\rightarrow$ Norton på de två spänningskällorna. Vi ser att $u_5 = v_3$. Sedan kan matrisekvationen uppställas direkt.

**53.** Teckna kretsens inimpedans $Z_{\text{in}}$. Sätt $\text{Im}(Z_{\text{in}}) = 0$.

**54.** Koppla till ingången en spänningskälla $U_o$, som avger strömmen $I$. Använd transformatorformlerna för spänning och ström jämte *KVL*. Bestäm $I$. $R_o = U_o/I$.

**55.** Svårt att vara fiffig. Maskanalys är en rak-på-sak-metod, men den ger 3 x 3-matriser. Alternativ: Gör om resistansstjärnan till en triangel. ”Skjutsa in” $u_o$-källan i de övre resistansgrenarna enligt ”komplikation 2” och omvandla med hjälp av Thevenin $\rightarrow$ Norton.

Sedan nodanalys (2 x 2-matriser).

**56.** Ohms lag ger $U_2$. Använd sedan transformatorformlerna för spänning och ström.

**57.** Först *KCL* på en nod. Sedan *KVL* på vänstra maskan.

**58.** $p = -u \cdot g \cdot u = -2u^2$. Observera: Vid samordnade referensriktningar är $p$ = mottagen effekt.


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**59.** Norton $\rightarrow$ Theveninomvandla strömkällorna. Använd sedan $u_5 = R_5 i_3$.

**60.** Bestäm tomgångsspänningen (fås ”direkt”) och ekvivalenta resistansen (nollställ källorna).

**61.** Bestäm först tomgångsspänningen och sedan ekvivalenta resistansen (nollställ källorna).

**62.** Gör om triangeln till stjärna, etc.

**63.** Bestäm först en ekvivalent tvåpol för nätet till vänster om $Z$.

a) och b) anpassningsfall 2

c) anpassningsfall 1

**64.** ”Skjutsa in” $u_o$ i 2Ω-grenarna enligt ”komplikation 2” i nodanalysen. Thevenin $\rightarrow$ Nortonomvandla spänningskällornas grenar.

Sedan nodanalys.

**65.** Spänningskällan och dess två serieresistanser Thevenin $\rightarrow$ Nortonomvandlas. Sedan matrisekvation direkt.

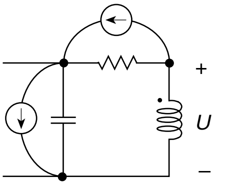
**66.** Norton $\rightarrow$ Theveninomvandla strömkällan. Sedan maskanalys.

**67.** Inför tre maskströmmar. Uppställ matrisekvationen. Lös ut den ström som går genom $R$ med hjälp av Cramers regel. Denna ström är ju känd, varför $R$ kan beräknas.

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

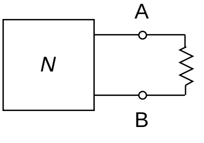
**68.** Använd *KCL* i två väl valda noder.

**69.** Svårt att förenkla nätet. Ett sätt ser ut så här: Strömkällan flyttas enligt ”komplikation 2” vid maskanalys. Ersätt strömkällorna med spänningskällor (Norton $\rightarrow$ Thevenin). Inför maskströmmar. Ersätt prickarna med beroende källor. Sedan maskanalys. Båda maskströmmarna måste beräknas.




**70.** Beräkna i tur och ordning $I_C$, $U_R$, $U_o$, $I_L$, $I$.

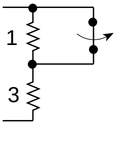
**71.** Ersätt $N$ med en ekvivalent tvåpol, vars parametrar $u_t$ och $R_o$ fås ur de första två experimenten.




**72.** –

**73.** Ser vi på $N$ från höger har vi en ekvivalent tvåpol med $u_t$ = 50 V (enligt vänstra fig.) och en okänd resistans $R_o$. Tillämpa denna ekvivalenta tvåpol på mellersta och högra fig. Använd sedan Tellegens teorem på två av näten. Se upp med samordnade referensriktningar.

**74.** Bestäm strömmen genom strömbrytaren. Använd sedan brytningssatsens högra fig. (moment 9.1 i studiedelen).




 Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**75.** På grund av symmetrin är $v_A = v_B$, $v_C = v_D$ och $v_E = v_F$. Dessa nodpar kan därför slås ihop, dvs. nätet kan "vikas" på mitten.

**76.** Använd *KVL* i en slinga där $u$ och kända spänningar ingår.

**77.** Balans för

$$Z_1 \cdot Z_4 = Z_2 \cdot Z_3$$

**78.** Strömkällan Norton $\rightarrow$ Theveninomvandlas.

Sedan matrisekvation direkt.

**79.** Ersätt prickarna med beroende källor.

Sedan maskanalys, men låt då 1H-grenen och 2 Ω-grenen byta plats (de är ju parallella), så fås $i_2$ lättare.

**80.** $P = RI_e^2$ $\quad$ $P$ och $\omega L$ kända. $\quad$ Härur fås $R$.

$$I_e = \frac{127}{|R + j\omega L|}$$

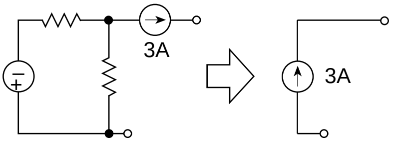
**81.** Thevenin $\rightarrow$ Nortonomvandling av alla spänningskällor.

**82.** Se upp med $i_1$:s riktning (samordnade referensriktningar skall användas).

**83.** Sätt ut prickar enligt prickregeln. Koppla en spänningskälla till ingången, sätt ut strömmar och använd sedan *KVL*, etc.

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**84.** Observera att:




Sedan tvåpolsomvandlingar.

**85.** –

**86.** Typiskt Tellegen. Observera riktningen på vänstra strömmen i övre fig. Samordnade referensriktningar nödvändiga.

**87.** Använd:

$$|X_c| = \frac{1}{\omega C} = 10, \quad I = j\omega C U_b, \quad Z = \frac{U_a - U_b}{I}$$

$$P_N = \frac{1}{2}\, Re[Z]\,|I|^2$$

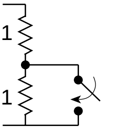
**88.** Konstruera själv ett visardiagram. Börja med $U_1$, sedan $I_1$, $I_2$, $I$, $U_o$.

Jämför efter hand med de givna alternativen.

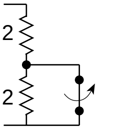
**89.** Flera sätt lämpliga. T.ex.: Teckna tre maskströmmar och använd maskanalys. Alternativ: Räkna ut nätets impedans sedd från spänningskällan. Ger $I_1$. Bestäm sedan $I_2$ med hjälp av strömgrening två gånger.


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**90.** Norton $\rightarrow$ Theveninomvandla strömkällan.
Bestäm spänningen över strömbrytaren. a)
Använd sedan slutningssatsens högra fig.
(moment 9.1 i studiedelen).




Bestäm strömmen genom strömbrytaren. b)
Använd sedan brytningssatsens högra fig.
(moment 9.1 i studiedelen).




**91.** a) $Y = \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{j\omega L} + j\omega C = \dfrac{1}{R}$ vid resonans

$B = 2, \quad \omega_o = 100$ enligt fig.

Använd:

$$Q = \frac{\omega_o}{B}, \quad Q = \frac{R}{\omega_o L}$$

b) Teckna kretsens impedans på formeln $Z = \dfrac{R}{1 + jQ_o \dfrac{\Delta C}{C_o}}$ där

$Q_o = \dfrac{R}{\omega_o L}$, $C_o$ är kapacitansen vid resonans, $\Delta C$ är kapacitans-ändringen och $\omega_o$ = resonansvinkelfrekvensen.

$|U| = |U_{\max}|/\sqrt{2}$ då $|Z| = R/\sqrt{2}$ osv.

**92.** $Y$-$\Delta$-transformera belastningen, varefter strömmarnas effektivvärden och effekterna i belastningen fås ”direkt”.

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**93.** Symmetriskt trefassystem: Räkna på en fas. Ur motorns data kan motorns komplexa effekt $S_b$ beräknas. Ur $S_b = 1/2 \cdot U_b \cdot I_1{}^*$(där $U_b$ och $I_1$ är spänning över resp. ström genom en fas i motorn) kan $I_1$ beräknas. Kretsens maskekvation ger generatorspänningen. Reaktiva effekten fås ur $Q = \mathrm{Im}(1/2 \cdot U_{10} \cdot I_1{}^*)$ där $U_{10}$ är generatorspänningen.

**94.** Symmetriskt trefassystem: Räkna på en fas. Teckna lastens impedans $Z = |Z|(\cos\varphi + j\sin\varphi)$, där $\varphi$ fås ur $\cos\varphi = 0{,}8$ (induktiv). $|Z|$ bestäms ur kretsens maskekvation, varefter belastningsspänningen kan beräknas.


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

# Lösningar

**1.** ”Översätt”:

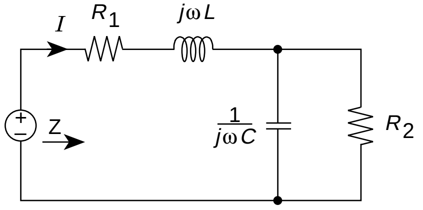
$$\begin{array}{ccccc} & & & & \omega = 2 \\ & & & & \downarrow \\ \dfrac{d^2x}{dt^2} & +3\,\dfrac{dx}{dt} & + & 10x & = \cos(2t+45°) \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ (j\omega)^2 X & 3j\omega X & & 10X & 1\angle 45° \end{array}$$

Med $\omega = 2$ fås:

$(-4 + j6 + 10)\,X = 1\angle 45°$

$$X = \frac{1\angle 45°}{6(1+j)} = \frac{1\angle 45°}{6\sqrt{2}\angle 45°} = 0{,}118 \rightleftarrows \underline{0{,}118 \cos 2t = x}$$

**2**




$$Z = R_1 + j\omega L + \frac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = R_1 + j\omega L + \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C} \cdot \frac{1 - j\omega R_2 C}{1 - j\omega R_2 C} =$$

$$= \underbrace{R_1 + \frac{R_2}{1 + (\omega R_2 C)^2}}_{R} + \underbrace{j\left(\omega L - \frac{\omega R_2^2 C}{1 + (\omega R_2 C)^2}\right)}_{jX}$$

$$S = P + jQ = RI_e^2 + jXI_e^2$$

Direkt fås

$$I_e = \sqrt{\frac{P}{R}}$$

som med

$R_1 = 80\,\Omega$, $R_2 = 800\,\Omega$ $C = 15 \cdot 10^{-6} F$, $\omega = 2\pi \cdot 50 \text{rad/s}$,
$P = 5200 \text{W}$

blir $\underline{I_e = 6{,}2 \text{ A}}$

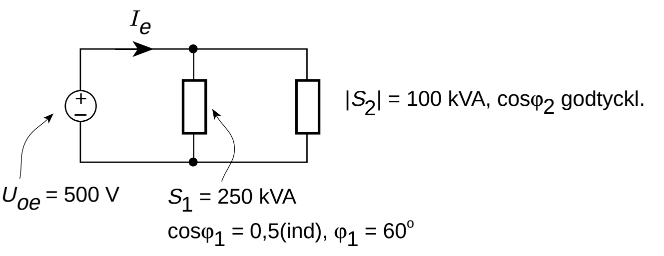
Sedan fås $X = \dfrac{Q}{I_e^2} = \omega L - \dfrac{\omega R_2^2 C}{1 + (\omega R_2 C)^2}$

där $Q = -2000$ VAr. Insättning av siffervärden ger

$\underline{L = 0{,}47 \text{ H}}$

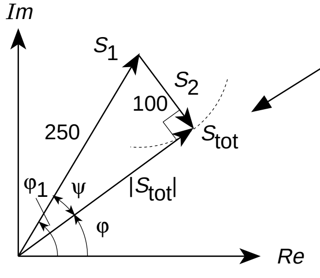

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**3**




Grafisk lösning är mycket åskådlig:

$S_{\text{tot}} = S_1 + S_2$




Vi inser att $\varphi$ minimeras, om vi väljer $S_2$ så att $S_{\text{tot}}$ tangerar streckade cirkelbågen.

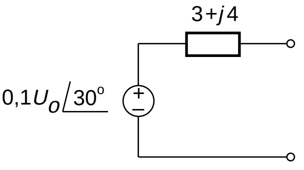
$$\Psi = \arcsin\frac{100}{250} = 23{,}6°$$

$$\varphi = \varphi_1 - \Psi = 60° - 23{,}6° = 36{,}4°$$

$$\cos\varphi = \cos 36{,}4° = 0{,}80$$

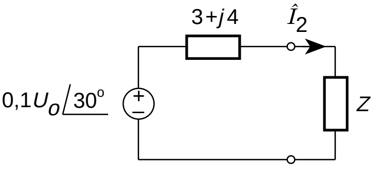
$$|S_{\text{tot}}| = U_{oe}\cdot I_e \Rightarrow \underline{I_e} = \frac{|S_{\text{tot}}|}{U_{oe}} = \frac{\sqrt{|S_1|^2 - |S_2|^2}}{U_{oe}} = \underline{458 \text{ A}}$$

**4** De övre kretsarna ger en ekvivalent tvåpol enligt:



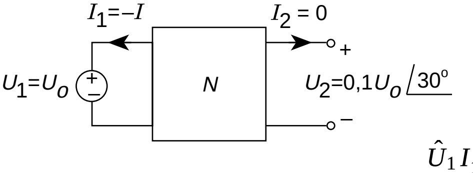

I övre kretsen är källan nollställd, inimpedansen = ekvivalenta impedansen. Mellersta kretsen är i tomgång, ger tomgångsspänningen.

Använd ekvivalenta tvåpolen i nedersta kretsen:

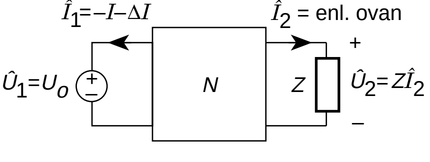



$$\hat{I}_2 = \frac{0{,}10\,U_o\underline{/30°}}{3+j4+Z}$$

Tillämpa sedan Tellegens teorem:




$$\hat{U}_1 I_1 + \hat{U}_2 I_2 = U_1\hat{I}_1 + U_2\hat{I}_2$$



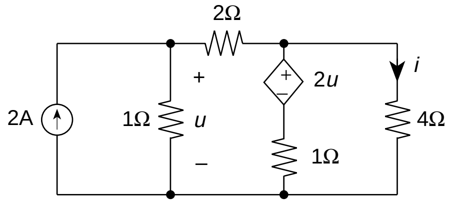

$$\cancel{U_o(-I)} + Z\hat{I}_2 \cdot 0 = \cancel{U_o(-I}-\Delta I) + 0{,}1\,U_o\,\underline{/30°} \cdot \frac{0{,}1\,U_o\underline{/30°}}{3+j4+Z}$$

$$\frac{0{,}01\,U_o\underline{/60°}}{3+j4+Z} = \Delta I = \frac{U_o}{300}\underline{/60°}$$

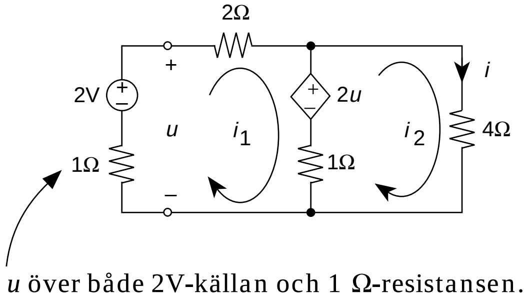
$$\because 3+j4+Z = 3 \quad \because \underline{Z = -j4}$$


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**5**




Omvandla strömkällan till en spänningskälla (Norton $\longrightarrow$ Thevenin):




OBS! $u$ över både 2V-källan och 1 Ω-resistansen. $u = 2 - 1 \cdot i_1$ (1)

Maskanalys: enligt (1)

$$\begin{bmatrix} \overbrace{1+2+1}^{4} & -1 \\ -1 & \underbrace{1+4}_{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-2u \\ 2u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2i_1 \quad -2 \\ 4 \quad -2i_1 \end{bmatrix}$$

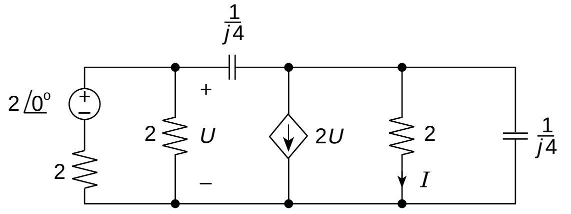
flyttas till vänster sida (”kompl. 3”)

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

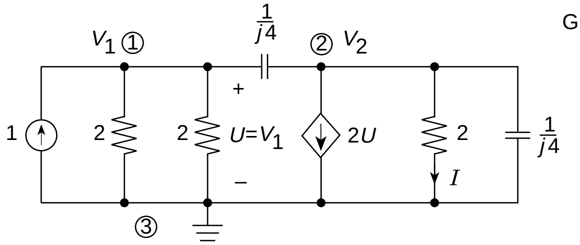
$$\underline{i} = i_2 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}} = \underline{0{,}91 \text{ A}}$$

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur 

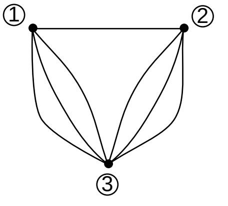
**6** ”Översätt” nätet. $\omega = 2$.




Transformera spänningskällan (Thevenin $\rightarrow$ Norton). Sedan nodanalys.




Graf:




$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2}+\frac{1}{2}+j4 & -j4 \\ -j4 & \frac{1}{2}+j4+j4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2V_1 \end{bmatrix}$$

ty $U = V_1$

flyttas (”komplikation 3”)

$$\begin{bmatrix} 1+j4 & -j4 \\ 2-j4 & 0,5+j8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Vi söker $I = \dfrac{V_2}{2}$ (Ohms lag)

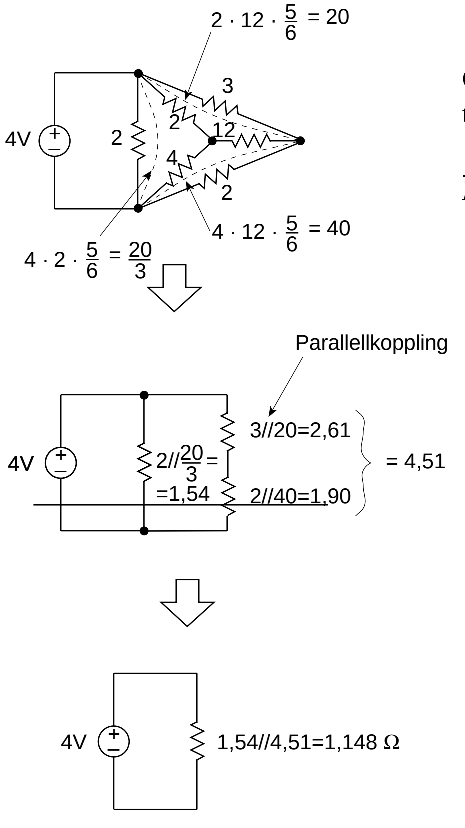
$$I = \frac{V_2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\begin{vmatrix} 1+j4 & 1 \\ 2-j4 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1+j4 & -j4 \\ 2-j4 & 0.5+j8 \end{vmatrix}} = \frac{1-j2}{15,5-j18} = 0,094 \underline{\angle -14,2}$$

$\underline{i = 0,094 \cos(2t - 14,2°)\text{A}}$



Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**7** Rita om nätet




Omvandla stjärnan till triangel:

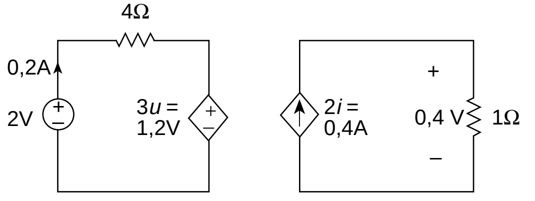
$$\frac{1}{R_o} = \frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{12} = \frac{5}{6}$$

I resistanserna utvecklas totalt effekten:

$$\underline{p} = \frac{u^2}{R} = \frac{4^2}{1{,}148} = \underline{13{,}9\text{W}}$$

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur 

**8** Enligt lösningen till problem 2.3 fås:

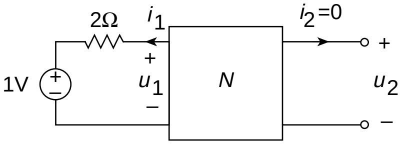



Med samordnade referensriktningar (ström in vid plus) fås mottagen effekt:

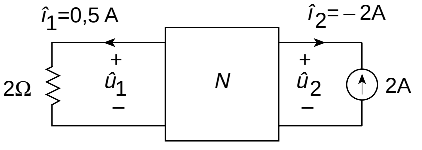
| | | | |
|---|---|---|---|
| 2V-spänningskällan: | $p_{2V}$ | = | 2(– 0,2) = – 0,4 W |
| 3u-spänningskällan: | $p_{3u}$ | = | 1,2 · 0,2 = 0,24 W |
| 4Ω-resistansen: | $p_{4\Omega}$ | = | $4 \cdot 2^2$ = 0,16 W |
| 2i-strömkällan: | $p_{2i}$ | = | 0,4(– 0,4) = – 0,16 W |
| 1Ω-resistansen: | $p_{1\Omega}$ | = | $1 \cdot 0{,}4^2$ = 0,16 W |
| | | | Summa = 0 |


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**9**




$u_1 = 1 + 2\,i_1$




$\hat{u}_1 = 2 \cdot 0{,}5 = 1$

Tellegens teorem:

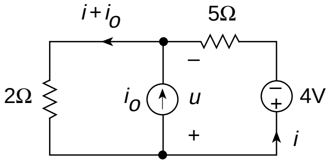
$$\hat{u}_1 i_1 + \hat{u}_2 i_2 = u_1 \hat{i}_1 + u_2 \hat{i}_2$$

$$1 \cdot i_1 + \hat{u}_2 \cdot 0 = (1 + 2\,i_1) \cdot 0{,}5 + u_2(-2)$$

$$\because \underline{u_2 = 0{,}25\text{V}}$$

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**10**




Inför strömmen $i_o$.
Inför strömmen $i$, samordnad med 4V-källan.
Inför spänningen $u$, samordnad med $i_o$-källan.

Spänningskällan mottar effekten $p_{4V} = 4 \cdot i$

Strömkällan mottar effekten $p_{io} = u \cdot i_o$

Sätt $p_{4V} = p_{io}$, dvs. $4i = ui_o$ (1)

$u$ och $i$ är okända. De fås ur *KVL*, använd på vänstra och högra maskan:

$$\begin{cases} u = -2(i+i_o) & (2) \\ u = 4+5i & (3) \end{cases}$$

$$\because 4+5i = -2i-2i_o \Rightarrow i = -\frac{2i_o+4}{7} \Rightarrow u = 4+5i = \frac{8-10i_o}{7}$$

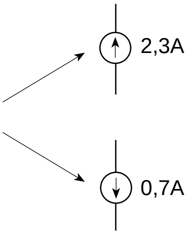
Insättning i (1) ger

$$-4\,\frac{2i_o+4}{7} = \frac{8-10i_o}{7}\,i_o$$

dvs.

$$i_o^2 = 1.6\ i_o + 1.6$$

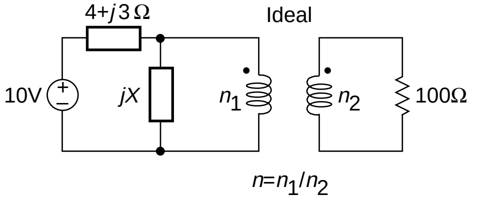
$$i_o = 0{,}8 \pm \sqrt{0{,}64 + 1.6} = \begin{cases} 2{,}30\text{A} \\ -0{,}70\text{A} \end{cases}$$



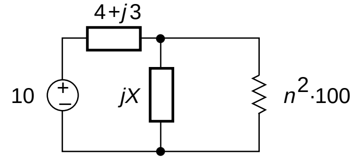

Två alternativ!

 Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**11**




Transformera 100 Ω-resistansen till primärsidan.




Betrakta $n^2 \cdot 100$ och $jX$ som **en** last, vars belopp och fasvinkel kan varieras.

Anpassningsfall 1!

Välj således

$$Z_L = Z_o^* \text{ eller } Y_L = Y_o^*$$

Här är
$$Y_o = \frac{1}{Z_o} = \frac{1}{4+j3} = \frac{4-j3}{25}$$

$$Y_L = \frac{1}{100n^2} + \frac{1}{jX}$$

$$\because Y_L = \frac{1}{100n^2} - j \cdot \frac{1}{X} = Y_o^* = \frac{4}{25} + j\frac{3}{25}$$

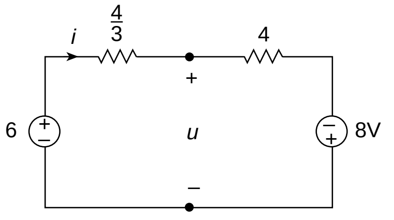
$$\frac{1}{100n^2} = \frac{4}{25} \Rightarrow \underline{n = 0.25}$$

$$-\frac{1}{X} = \frac{3}{25} \Rightarrow \underline{X = -\frac{25}{3}\Omega}$$

Eftersom $Z_L = Z_o^* = 4 - j3$, känner spänningskällan en total last av $4 + j3 + 4 - j3 = 8\,\Omega$, dvs. strömmen blir $\frac{10}{8} = 1{,}25$ A. Således utvecklas i lasten

$$\underline{P_{max}} = \frac{1}{2}R_L|I|^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1{,}25^2 = \underline{\frac{25}{8} = 3{,}125 \text{ W}}$$

**12** Använd lösningarna till problem 5.1 och 5.2




Ur fig.

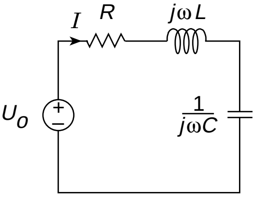
$$i = \frac{6+8}{\frac{4}{3}+4} = \frac{21}{8}\ \text{A}$$

Alltså

$$\underline{u} = 4\cdot\frac{21}{8} - 8 = \underline{2{,}5\text{V}}$$

 Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**13**




$U_o = 10\,\underline{/0°}$

Vid resonans: $I = 1\,\underline{/0°}$

$U_o = RI$ vid resonans

$\because R = \dfrac{U_o}{I} = 10\,\Omega$

$$B = \frac{\omega_o}{Q} = \frac{\omega_o}{\dfrac{\omega_o L}{R}} = \frac{R}{L} \Rightarrow L = \frac{R}{B} = \frac{10}{10^5} = 10^{-4}\text{H} = 0.1\text{ mH}$$

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega_o^2 L} = \frac{1}{(10^7)^2 \cdot 10^{-4}} = 10^{-10}\text{ F} = 100\text{ pF}$$

Parallellkoppling av C och 1 pF ger C' = 101 pF.

Strömmen blir nu:

$$I' = \frac{U_o}{R + j\left(\omega_o L - \dfrac{1}{\omega_o C'}\right)} = \frac{10}{10 + j\left(10^7 \cdot 10^{-4} - \dfrac{1}{10^7 \cdot 1{,}01 \cdot 10^{-10}}\right)} =$$

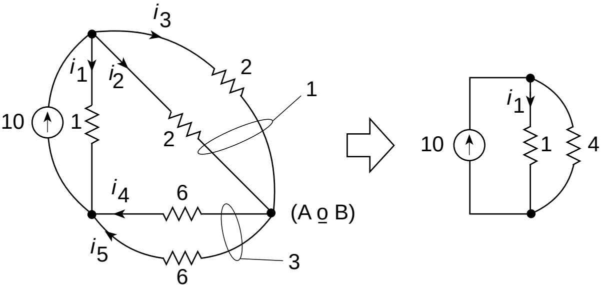
$$= \frac{10}{10 + j9{,}90} = \frac{10}{14{,}1\,\underline{/44{,}7°}\text{A}} = 0.711\,\underline{/\,-44{,}7°}\text{A}$$

$\underline{i = 0{,}711\cos(10^7 t - 44{,}7°)\text{A}}$

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**14** Av symmetriskäl måste potentialerna $v_A$ och $v_B$ vara lika ($i_6 = 0$).

Vik ihop nätet!



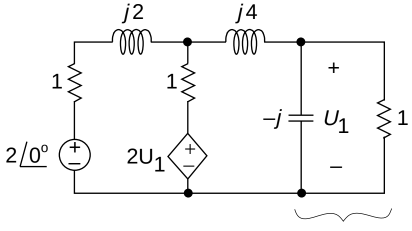

Alltså $\quad i_1 = 10 \cdot \dfrac{4}{4+1} = \underline{8\ \text{A}}$

varav $\quad i_2 = i_3 = i_4 = i_5 = \dfrac{10-8}{2} = \underline{1\ \text{A}}$

och $\quad \underline{i_6 = 0}$

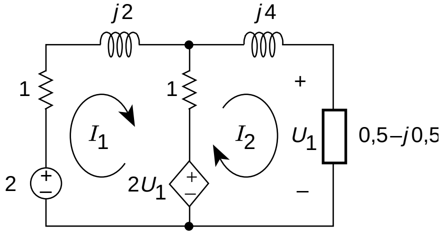

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**15** ”Översätt” nätet:




Parallellkoppl. $\dfrac{1(-j)}{1-j} = \dfrac{-j(1+j)}{(1-j)(1+j)} = 0{,}5 - j0{,}5$

Maskanalys:




$U_1 = (0{,}5 - j0{,}5)I_2$

enl. ”komplik 3”

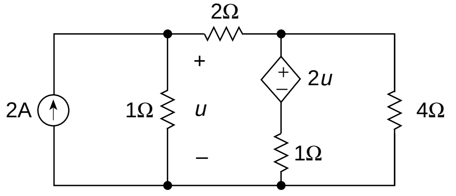
$$\begin{bmatrix} 1+j2+1 & -1 \\ -1 & 1+j4+0{,}5-j0{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-2U_1 \\ 2U_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-(1-j)I_2 \\ (1-j)I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2+j2 & -j \\ -1 & 0{,}5+j4{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

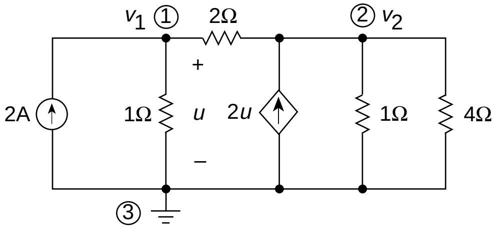
$$U_1 = (0{,}5-j0{,}5)I_2 = (0{,}5-j0{,}5)\cdot \frac{\begin{vmatrix} 2+j2 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2+j2 & -j \\ -1 & 0{,}5+j4{,}5 \end{vmatrix}} = \frac{1-j}{-8+j9} =$$

$$= 0{,}117 \underline{/-176{,}6^\circ} \rightleftarrows \underline{0{,}117 \cos(2t - 176{,}6^\circ)\,V = u_1}$$

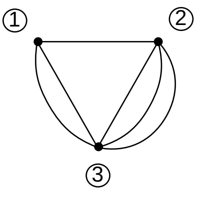
**16**




Omvandla $2u$-källan till en strömkälla (Thevenin $\rightarrow$ Norton):




Graf:




Nodanalys: $u = v_1$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{1}+\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2v_1 \end{bmatrix}$$

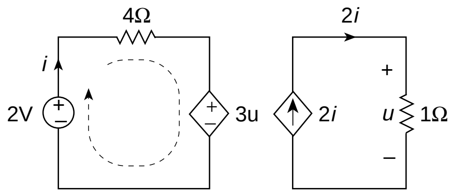
Flytta över $2\,v_1$ (”komplik 3”)

$$\begin{bmatrix} 1{,}5 & -0{,}5 \\ -2{,}5 & 1{,}75 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{u} = v_1 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -0{,}5 \\ 0 & 1{,}75 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1{,}5 & -0{,}5 \\ -2{,}5 & 1{,}75 \end{vmatrix}} = \underline{2{,}55\text{V}}$$


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**17**




Tillämpa *KVL* på vänstra slingan:

$4i + 3u - 2 = 0 \qquad (1)$

Ohms lag ger i högra slingan:

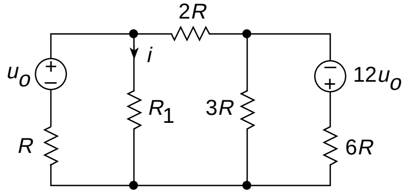
$u = 1 \cdot 2i \qquad (2)$

Insättning av (2) i (1) ger:

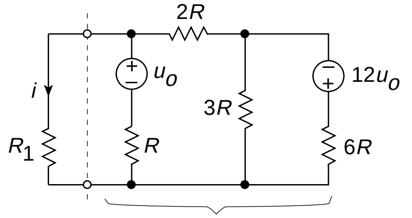
$4i + 6i - 2 = 0$

$\because \underline{i = 0{,}2 \text{ A}}$

**18**

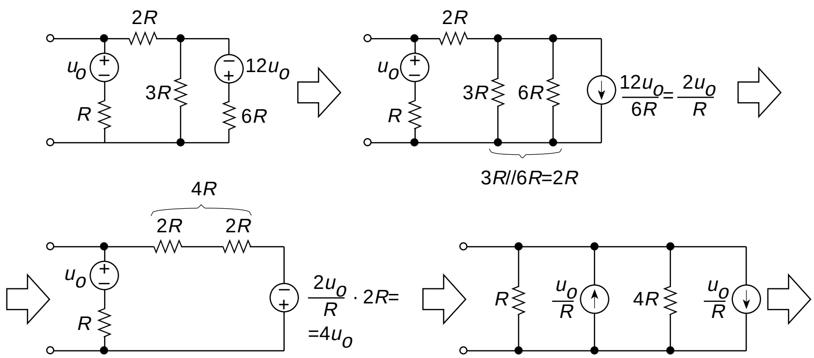


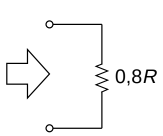

Rita om fig.




Beräkna en ekvivalent tvåpol för denna del av nätet.

Gör tvåpolsomvandlingar

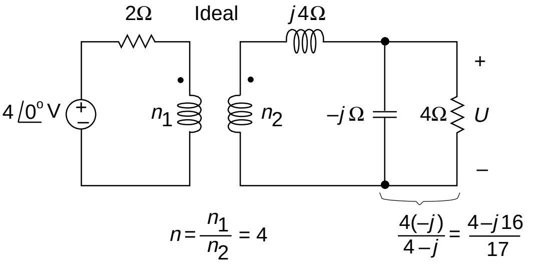


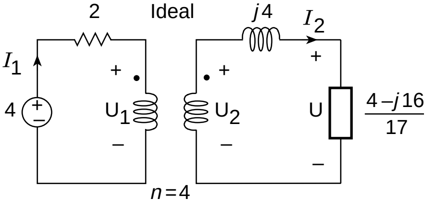




Ingen källa! Således är <u>$i = 0$</u> oavsett $R_1$


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**19**




$$\frac{U_1}{U_2} = n = 4 \Rightarrow U_1 = 4U_2 \quad (1)$$

$$n_1 I_1 - n_2 I_2 = 0$$

dvs.

$$I_1 = 0{,}25\ I_2 \quad (2)$$

$$KVL: \quad \left.\begin{aligned} 2I_1 + U_1 - 4 &= 0 \\ \left(j4 + \frac{4-j16}{17}\right) I_2 - U_2 &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Insättning av (1) och (2) i (3) ger:

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= 4 - 0{,}5\, I_2 \\ 0{,}25\, U_1 &= \frac{4+j52}{17}\ I_2 \end{aligned}\right\}$$

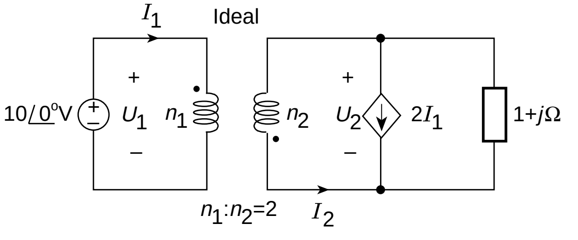
$$\because 17 \cdot 0{,}25\,(4 - 0{,}5\ I_2) = (4 + j52)\, I_2$$

$$\because\ I_2 = \frac{17}{6{,}125 + j52}$$

$$U = \frac{4-j16}{17} I_2 = \frac{4-j16}{6{,}125 + j52} = 0{,}315\underline{/-159°}$$

$$\underline{u = 0{,}315\ \cos(2\,t - 159°)\,\mathrm{V}}$$

**20**

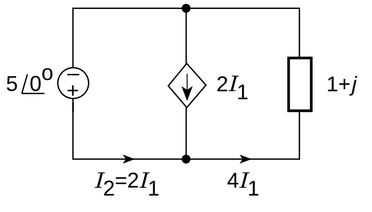



$$n_1 I_1 - n_2 I_2 = 0$$

$$\because\ I_2 = \frac{n_1}{n_2} I_1 = 2I_1$$

Flytta spänningskällan till sekundärsidan: $\dfrac{U_1}{n_1} = \dfrac{U_2}{n_2}$

$$\because\ U_2 = \frac{n_2}{n_1} U_1 = 5\angle 0^\circ$$




*KCL* i nedre noden ger strömmen genom impedansen.

Ohms lag ger:
$(1 + j)4\ I_1 = 5$

$$\because\ I_1 = \frac{5}{4(1+j)} = 0{,}884\angle{-45^\circ}$$

$$\underline{i_1 = 0{,}884\cos(2t - 45^\circ)\text{A}}$$

**21** Vid resonans i en serie-RLC-krets är spänningen över kapacitansen $Q$ ggr större än spänningen över hela kretsen:

$$|U_c| = Q\,|U_o|$$

dvs.

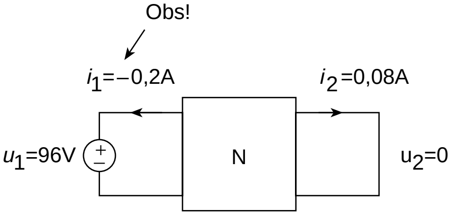
$$Q = \left|\frac{U_c}{U_o}\right| = \frac{200}{10} = 20$$

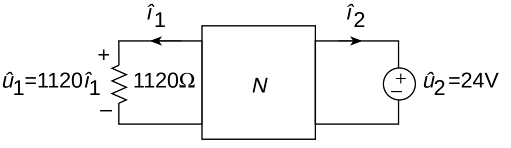
Vidare gäller:

$$\underline{B} = \frac{\omega_o}{Q} = \frac{1000}{20} = \underline{50 \text{ rad/s}}$$


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**22**




Tellegens teorem:

$$\hat{u}_1 i_1 + \hat{u}_2 i_2 = u_1 \hat{\imath}_1 + u_2 \hat{\imath}_2$$

dvs

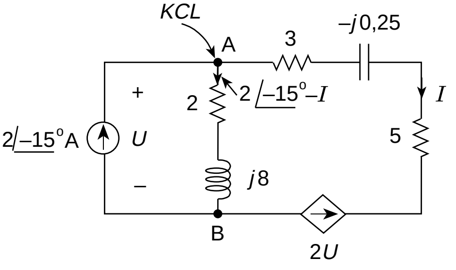
$$1120\ \hat{\imath}_1(-0{,}2) + 24 \cdot 0{,}08 = 96\ \ \hat{\imath}_1 + 0 \cdot \hat{\imath}_2$$

$$\because 320\ \hat{\imath}_1 = 1{,}92$$

$$\underline{\hat{\imath}_1 = 0{,}006 \text{ A} = 6 \text{ mA}}$$

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**23** ”Översätt” nätet:




Spänningen över AB:
$U = (2 + j8)(2\angle{-15°} - I)$

Men

$2U = -I$ (högra grenen)

$\because\ -0{,}5\ I = (2 + j8)(2\angle{-15°} - I)$

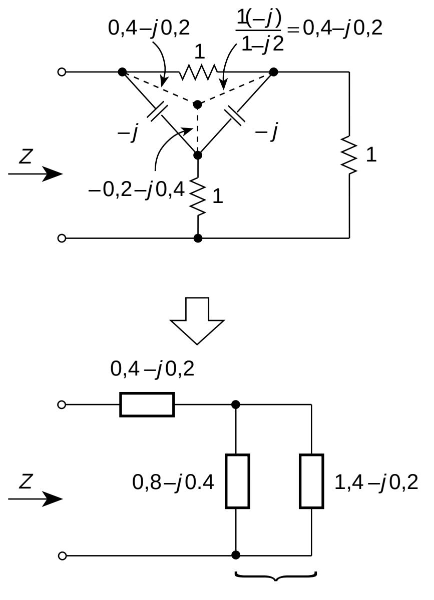
$$I = \frac{(2 + j8)2\angle{-15°}}{1{,}5 + j8} = \ldots = 2{,}03\angle{-18{,}4°}\text{A}$$

$i = 2{,}03\ \cos(4t - 18{,}4°)\text{A}$



Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**24** ”Översätt” nätet:




Δ-Y-transformera enligt fig.

Parallellkoppling:

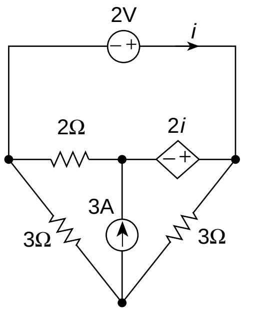
$$\frac{(0{,}8-j0{,}4)(1{,}4-j0{,}2)}{0{,}8+1{,}4-j(0{,}4+0{,}2)} = \ldots = 0{,}52-j0{,}18$$

Seriekoppling:

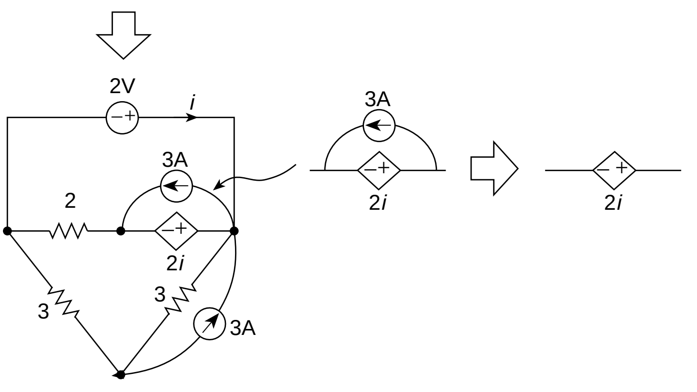
$$\underline{Z} = 0{,}4-j0{,}2+0{,}52-j0{,}18 = \underline{0{,}92-j0{,}38\ \Omega}$$

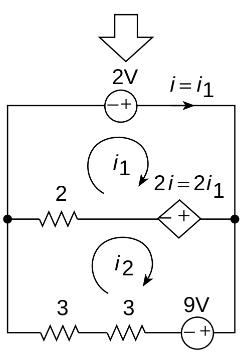
Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**25**




Omvandla strömkällan. Den saknar parallellresistans. Följ metoden i ”komplikation 2” vid maskanalys.




Maskanalys: enl. ”komplik. 3”

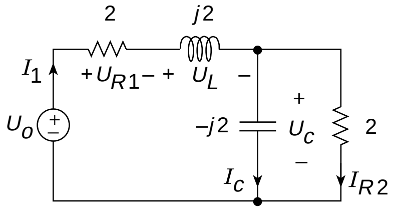
$$\begin{bmatrix}2 & -2\\-2 & 8\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_1\\i_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2-2i_1\\2i_1-9\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}4 & -2\\-4 & 8\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_1\\i_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\-9\end{bmatrix}$$

$$\underline{i} = i_1 = \frac{\begin{vmatrix}2 & -2\\-9 & 8\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}4 & -2\\-4 & 8\end{vmatrix}} = \frac{-2}{24} = \underline{-\frac{1}{12}\text{ A}}$$

 Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**26** ”Översätt” nätet:




$U_c = 2\angle 0°$ V

Konstruktion av visardiagram i följande ordning:

1) $U_c$ givet

2) $I_c = \dfrac{U_c}{-j2} = \dfrac{2}{-j2} = j$

3) $I_{R2} = \dfrac{U_c}{2} = 1$

4) $I_1 = I_c + I_{R2} = j + 1$

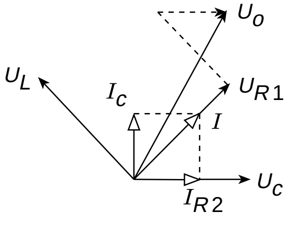
5) $U_{R1} = 2\ I_1 = 2 + j2$

6) $U_L = j2\ I_1 = -2 + j2$

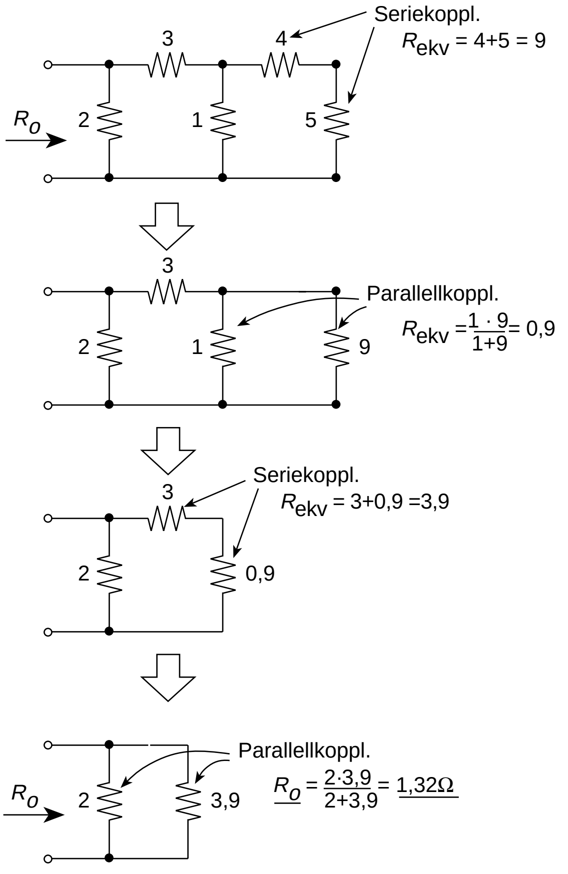
7) $U_o = U_{R1} + U_L + U_c = 2 + j2 - 2 + j2 + 2 = 2 + j4$

$U_o = 4{,}47\cos(2\ t + 63{,}4°)$V

Skala: 1 V = 1 cm, 1 A = 1 cm



**27**





Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**28** a) $\underline{\omega_o} = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = \dfrac{1}{\sqrt{0{,}34 \cdot 0{,}02 \cdot 10^{-6}}} = \underline{1{,}21 \cdot 10^4 \text{ rad/s}}$

b) Vid resonans gäller:

$$\underline{I} = \frac{U_o}{R} = \frac{10}{10} = \underline{1 \angle 0° \text{ A}}; \quad Q = \frac{\omega_o L}{R} = \frac{1{,}21 \cdot 10^4 \cdot 0{,}34}{10} = 412$$

$$\underline{U_c} = -jQU_o = -j412 \cdot 10 = \underline{4120 \angle -90° \text{ V}}$$

$$\underline{U_R} = U_o = \underline{10 \angle 0° \text{ V}}$$

$$\underline{U_L} = jQU_o = \underline{4120 \angle 90° \text{ V}}$$

c) $\underline{B} = \dfrac{\omega_o}{Q} = \dfrac{1{,}21 \cdot 10^4}{412} = \underline{29{,}4 \text{ rad/s}}$

d)
$$|I| = \frac{|U_o|}{\underbrace{\left|R + j\left(\omega_o L - \frac{1}{\omega_o (C + \Delta C)}\right)\right|}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{|U_o|}{R}$$

$$\underbrace{\sqrt{R^2 + \left(\omega_o L - \frac{1}{\omega_o (C + \Delta C)}\right)^2}}$$

$$\because\ R\sqrt{1 + \frac{1}{R^2}\left(\omega_o L - \frac{1}{\omega_o (C + \Delta C)}\right)^2}$$

$$\left|\omega_o L - \frac{1}{\omega_o (C + \Delta C)}\right| = R$$

Utveckla $\dfrac{1}{\omega_o (C + \Delta C)} = \dfrac{1}{\omega_o C\left(1 + \dfrac{\Delta C}{C}\right)} = \dfrac{1}{\omega_o C}\left(1 - \dfrac{\Delta C}{C} + \left(\dfrac{\Delta C}{C}\right)^2 - \dots\right)$

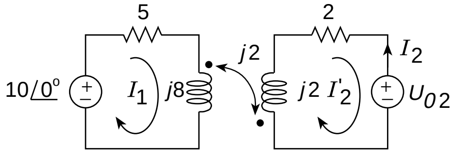
I första approx.:

$$\left|\omega_o L - \frac{1}{\omega_o C} + \frac{\Delta C}{\omega_o C^2}\right| \approx R \Rightarrow \underline{\Delta C} \approx \pm \omega_o C^2 R = \underline{\pm 48 \cdot 10^{-12} \text{ F}}$$

Noggrannare om $(\Delta C/C)^2$-termen tas med (+48,4 pF, – 48,6 pF).

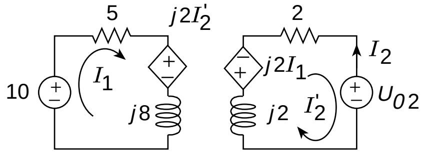
Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur 

**29** ”Översätt” nätet:




Inför maskströmmar, $I_1$ och $I_2'$ ($I_2$ råkar ha en tråkig riktning).

Ersätt prickarna med beroende källor:




$$\begin{bmatrix} 5+j8 & 0 \\ 0 & 2+j2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 - j2I_2' \\ -U_{o2} - j2I_1 \end{bmatrix}$$

enligt komplikation 3

$$\begin{bmatrix} 5+j8 & j2 \\ j2 & 2+j2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ -U_{o2} \end{bmatrix}$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 10 & j2 \\ -U_{o2} & 2+j2 \end{vmatrix}}{\cdots} = 0 \Rightarrow 10(2+j2) + j2U_{o2} = 0$$

$$\therefore U_{o2} = -\frac{10\cdot 2\sqrt{2}\angle 45°}{2\angle 90°} = 10\sqrt{2}\angle 135° \rightleftarrows 10\sqrt{2}\cos(2t + 135°) = u_{o2}$$

180° fasvridning

forts.

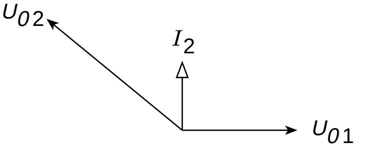

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

29 forts.

$$I_2 = \frac{U_{o2}}{2+j2} = \frac{10\sqrt{2}\ \underline{/135°}}{2\sqrt{2}\ \underline{/45°}} = 5\underline{/90°}\ \text{A}$$

(fås direkt ur översta fig. med $I_1 = 0$).

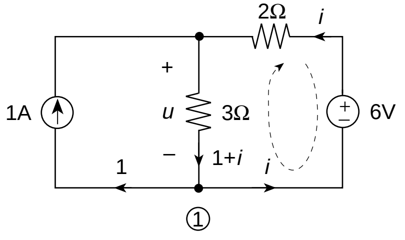
Visardiagram




5 V = 1 cm

5 A = 1 cm

**30**




Strömmen genom 3 Ω-resistansen fås ur *KCL* i nod ①, se fig.

Tillämpa *KVL* på högra maskan:

$$6 - 3(1 + i) - 2i = 0$$

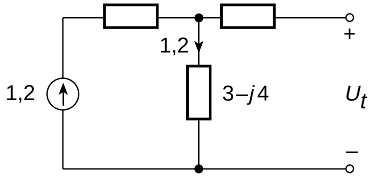
$$\because\ \underline{i = \frac{3}{5} = 0{,}6\ \text{A}}$$

$$\underline{u} = 3(1 + i) = 3 \cdot 1{,}6 = \underline{4{,}8\ \text{V}}$$


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

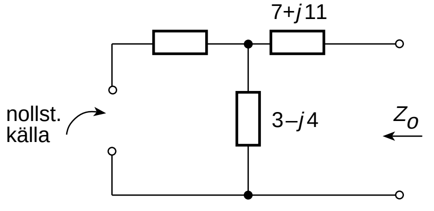
**31** Bestäm en ekvivalent tvåpol för nätet till vänster om $Z$:

*Tomgångsspänning*




$U_t = (3 - j4) \cdot 1{,}2 = 6\ \underline{/-53{,}1°\ \text{V}}$

*Ekvivalent resistans*




$Z_o = 7 + j11 + 3 - j4 = 10 + j7\,\Omega$

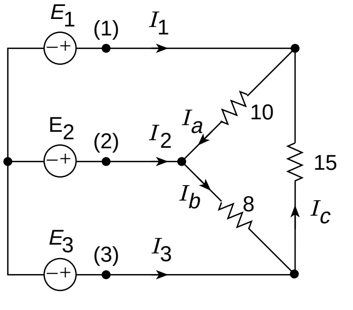
Z kan väljas fritt $\Rightarrow$ anpassningsfall 1:

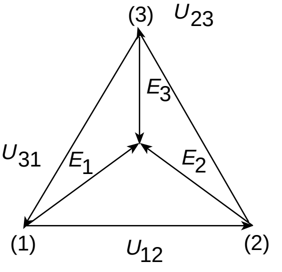
Välj $\underline{Z} = Z_o{}^* = \underline{10 - j7\,\Omega}$

Maximal effekt:

$$\underline{P_{\max}} = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}(Z)\cdot|I|^2 = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}(Z)\cdot\frac{\overbrace{|U_t|^2}^{6^2}}{\underbrace{|Z+Z_0|^2}_{20^2}} = \underline{0{,}45\ \text{W}}$$

**32**




Negativ fasföljd ger, se visardiagram

$$E_1 = \sqrt{2}\cdot\frac{125}{\sqrt{3}}\,\angle 30^\circ \qquad U_{12} = \sqrt{2}\cdot 125\,\angle 0^\circ = 176{,}8$$

$$E_2 = \sqrt{2}\cdot\frac{125}{\sqrt{3}}\,\angle 150^\circ \qquad U_{23} = \sqrt{2}\cdot 125\,\angle 120^\circ = -88{,}4 + j153{,}1$$

$$E_3 = \sqrt{2}\cdot\frac{125}{\sqrt{3}}\,\angle -90^\circ \qquad U_{31} = \sqrt{2}\cdot 125\,\angle -120^\circ = -88{,}4 - j153{,}1$$

Linjeströmmarna blir:

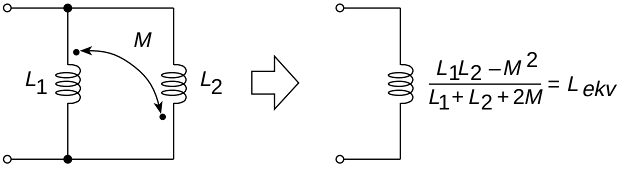
$$I_1 = I_a - I_c = \frac{U_{12}}{10} - \frac{U_{31}}{15} = \ldots = 25.7\,\angle 23{,}4^\circ \text{ A}$$

$$I_2 = I_b - I_a = \frac{U_{23}}{8} - \frac{U_{12}}{10} = \ldots = 34.5\,\angle 146{,}3^\circ \text{ A}$$

$$I_3 = I_c - I_b = \frac{U_{31}}{15} - \frac{U_{23}}{8} = \ldots = 29.8\,\angle -80{,}0^\circ \text{ A}$$

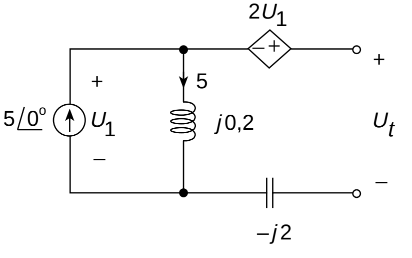

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**33** De parallellkopplade kopplade induktanserna kan ersättas med en ekvivalent induktans, se problem 16.1.




Här fås $L_{ekv} = \dfrac{2 \cdot 1 - 1^2}{2 + 1 + 2 \cdot 1} = 0{,}2$ H

*Tomgångsspänning*

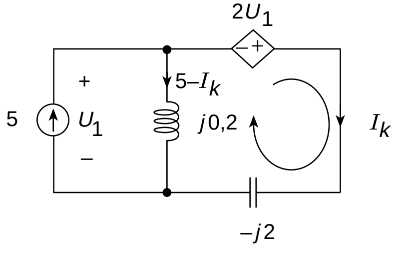



$U_t = 2U_1 + U_1 = 3\ U_1$

$U_1 = j0{,}2 \cdot 5 = j$

$\because\ \underline{U_t = j3\ \text{V}}$

*Kortslutningsström*




*KVL* högra slingan:

$-2U_1 - j2I_k - U_1 = 0$

$\because\ U_1 = -j\dfrac{2}{3}I_k \qquad (1)$

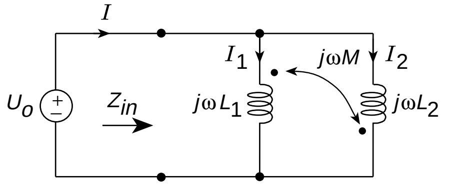
Sp. över induktansen: $U_1 = j0{,}2(5 - I_k) \qquad (2)$

Ekv:a (1) och (2) ger

$$j - j0{,}2I_k = -j\frac{2}{3}I_k \Rightarrow I_k = -\frac{15}{7}\ \text{A}$$

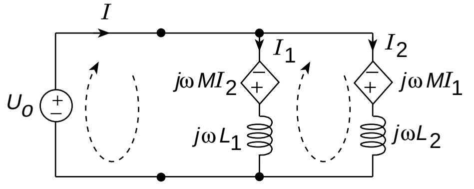
$$\underline{Z_o} = \frac{U_t}{I_k} = \frac{j3}{-\dfrac{15}{7}} = -j\frac{7}{5} = \underline{-j1{,}4\ \Omega}$$

**34**




$$Z_{in} = \frac{U_o}{I}$$

Ersätt prickarna med beroende källor.




$KCL$: $I_2 = I - I_1$ (1)

$KVL$ används på vänstra och högra maskan:

$$-j\omega MI_2 + j\omega L_1 I_1 - U_o = 0 \qquad (2)$$

$$-\cancel{j\omega}MI_1 + \cancel{j\omega}L_2 I_2 - \cancel{j\omega}L_1 I_1 + \cancel{j}MI_2 = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{L_1 + M}{L_2 + M} I_1 \qquad (3)$$

Insättning av (3) i (1) och (2) ger:

$$\frac{L_1 + M}{L_2 + M} I_1 = I - I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{L_2 + M}{L_1 + L_2 + 2M} I \qquad (4)$$

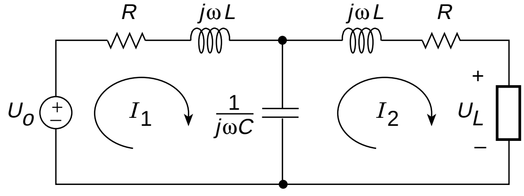
$$j\omega \underbrace{\left(L_1 - M\frac{L_1 + M}{L_2 + M}\right)}_{\frac{L_1 L_2 - M^2}{L_2 + M}} I_1 = U_o \Rightarrow I_1 = \frac{L_2 + M}{j\omega(L_1 L_2 - M^2)} U_o \qquad (5)$$

Dividera (5) med (4)

$$\underline{Z_{in} = \frac{U_o}{I} = j\omega\frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M}}$$

 Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**35** a)




$U_L = 15\sqrt{2}\,\underline{/0°}$ kV

$\cos\varphi_L = 0{,}9$ (ind., dvs. $\varphi_L > 0$)

$P = 500$ kW

För lasten gäller:

$$P = \frac{1}{2}|U_L|\cdot|I_2|\cdot\cos\varphi_L$$

$$\because\ |I_2| = \frac{2P}{|U_L|\ \cos\varphi_L} = \frac{2\cdot 5\cdot 10^5}{15\sqrt{2}\cdot 10^3\cdot 0.9} = 52{,}4\ \text{A}$$

$$\underline{/U_L} - \underline{/I_L} = \varphi_L = \arccos 0{,}9;\ \Rightarrow\ \underline{/I_L} = -25{,}8°$$

$$\because\ I_2 = 52{,}4\ \underline{/-25{,}8°}$$

Lastens impedans $\quad Z_L = R_L + jX_L = \dfrac{U_L}{I_2} = \dfrac{15\sqrt{2}\cdot 10^3}{52{,}4\ \underline{/-25{,}8°}} = 364 + j176\,\Omega$

Maskanalys:

$$\begin{bmatrix} R + j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C} & -\dfrac{1}{j\omega C} \\ -\dfrac{1}{j\omega C} & R + R_L + j\omega L + jX_L + \dfrac{1}{j\omega C} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_o \\ 0 \end{bmatrix}$$

Med siffror

$$\begin{bmatrix} 5{,}2 - j2880 & j2941 \\ j2941 & 369 - j2704 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_o \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{\begin{vmatrix} 5{,}2 - j2880 & U_o \\ j2941 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5{,}2 - j2880 & j2941 \\ j2941 & 369 - j2704 \end{vmatrix}} = \frac{-j2941\,U_o}{\underbrace{(0{,}864 - j1{,}077)}_{1{,}381\underline{/-51{,}3°}}\ 10^6} = 2{,}13\cdot 10^{-3}\,\underline{U_o\ \ -38{,}}$$

forts.

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur 

35. forts.

$\therefore \underline{I_2} = 52{,}4\ \underline{/-25{,}8°} = 2{,}13 \cdot 10^{-3} U_o \underline{/-38{,}7°}$

$\therefore \underline{U_o} = 24{,}6 \cdot 10^3\ \underline{/12{,}9°}\ \text{V} = \underline{24{,}6\ /12{,}9°\ \text{kV}}$

b) Generatorns cos $\varphi$ fås ur $\varphi = \sphericalangle\, U_o - \sphericalangle\, I_1$.

$$\underline{I_1} = \frac{\begin{vmatrix} U_o & j2941 \\ 0 & 369 - j2704 \end{vmatrix}}{1{,}381 \cdot 10^6\ \underline{/51{,}3°}} = \frac{24{,}6 \cdot 10^3 \underline{/12{,}9°}\, p\, \overbrace{(369 - j2704)}^{2729\ \underline{/-82{,}2°}}}{1{,}381 \cdot 10^6 \underline{/-51{,}3°}} =$$

$$= 48{,}6\ \underline{/-18{,}0°}\text{A}$$

$\therefore \underline{\cos\varphi} = \cos(12{,}9° + 18{,}0°) = \cos 30{,}9° = \underline{0{,}86}$

c) $\underline{P_{\text{gen}}} = \frac{1}{2}\,\text{Re}[U_o I_1^*] = \frac{1}{2}\,\text{Re}[24{,}6 \cdot 10^3 \underline{/12{,}9°} \cdot 48{,}6\ \underline{/18°}\,] =$

$= 598 \cdot 10^3 \cos 30{,}9° = 514 \cdot 10^3\ \text{W} = \underline{514\text{kW}}$

d) $\underline{P_{\text{ledn}}} = RI_{1e}^2 + RI_{2e}^2 = \frac{R}{2}(|I_1|^2 + |I_2|^2) = \frac{5{,}2}{2}(48{,}6^2 + 52{,}4^2) =$

$= 13{,}3 \cdot 10^3\ \text{W} = \underline{13{,}3\ \text{kW}}$

e) Generatorn avger reaktiva effekten:

$$Q_{\text{gen}} = \frac{1}{2}\,\text{Im}\,[U_o I_1^*] = \frac{|U_o|\ |I_1|\ \sin\varphi}{2}$$

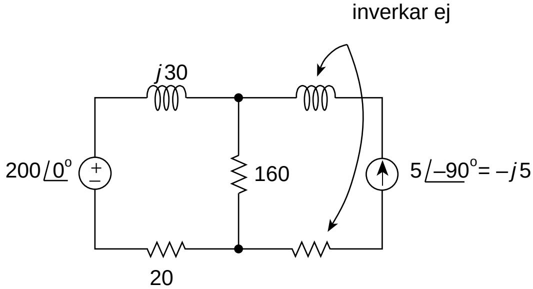
Kapacitansens reaktiva effekt: $Q_c = \frac{1}{2} \cdot \frac{|U_o|^2}{X_c} = -\frac{\omega C |U_o|^2}{2}$

Välj $C$ så att $Q_{\text{gen}} + Q_c = 0$:

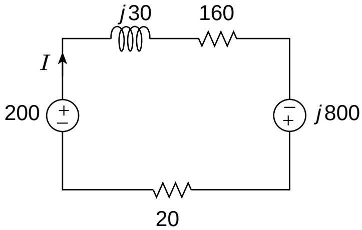
$$\underline{C} = \frac{|I_1| \sin\varphi}{\omega |U_o|} = \frac{48{,}6 \cdot 0{,}51}{2\pi 50 \cdot 24{,}6 \cdot 10^3} = 3{,}2 \cdot 10^{-6}\text{F} = \underline{3{,}2\mu\text{F}}$$


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**36** ”Översätt” nätet:




Norton → Theveninomvandla strömkällan



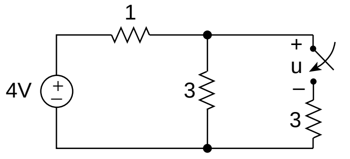

$u_o$ avger effekten

$$S_{uo} = \frac{1}{2}\, U_o\, I^*$$

$$I = \frac{200 + j800}{20 + 160 + j30} = 4{,}52\ \angle 66{,}5°$$

$$\because S_{uo} = \underline{\frac{1}{2} \cdot 200} \cdot 4{,}52\ \underline{\angle -66{,}5°} = \underline{180 - j414 \text{ VA}}$$

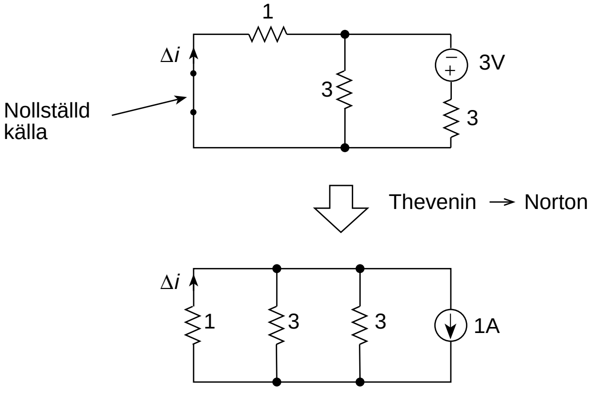
**37**




Spänningenöverströmbrytaren är enligt spänningsdelningslagen:

$$U = \frac{3}{3+1} \cdot 4 = 3 \text{ V}$$

Enligt slutningssatsen fås ändringarna i strömmar och spänningar pga inkopplingen av 3 Ω-resistansen enligt:



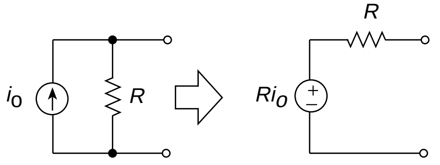

Strömgrening:

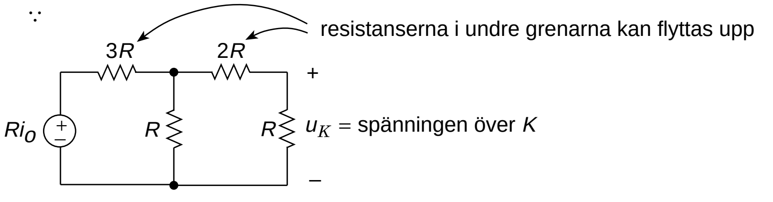
$$\underline{\Delta i} = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}} \cdot 1 = \underline{0{,}6 \text{ A}}$$



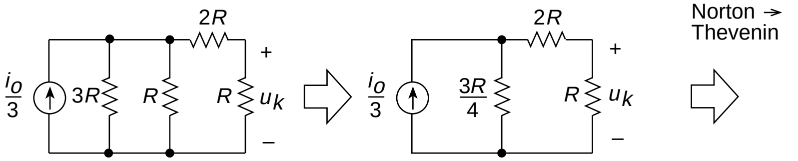
Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

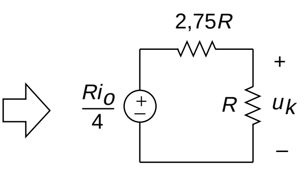
**38** Bestäm först spänningen över $K$: Omvandla källan.




Thevenin → Norton:

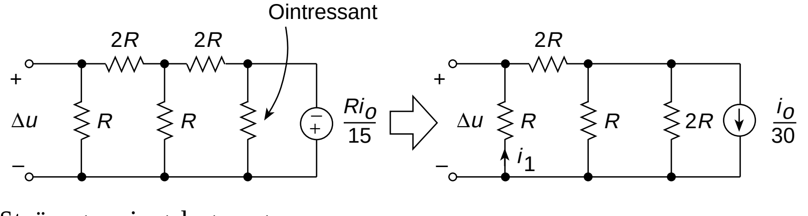



Spänningsdelning:

$$u_K = \frac{R}{R + 2{,}75\ \mathrm{R}} \cdot \frac{Ri_o}{4} = \frac{Ri_o}{15}$$

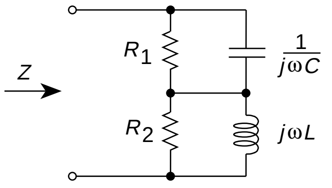
Använd nu slutningssatsens högra fig. (moment 9.1 i studiedelen):




Strömgreningslagen ger

$$i_1 = \frac{\frac{1}{3R}}{\frac{1}{3R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{2R}} \cdot \frac{i_o}{30} = \frac{i_o}{165} \qquad \underline{\Delta u} = -Ri_1 = \underline{-\frac{Ri_o}{165}}$$

**39** ”Översätt” nätet.




Ur fig.

$$Z=\frac{R_1\cdot\frac{1}{j\omega C}}{R_1+\frac{1}{j\omega C}}+\frac{R_2\cdot j\omega L}{R_2+j\omega L}=\frac{R_1}{1+j\omega R_1 C}+\frac{j\omega R_2 L}{R_2+j\omega L}=$$

$$=\frac{R_1(R_2+j\omega L)+j\omega R_2 L(1+j\omega R_1 C)}{(1+j\omega R_1 C)(R_2+j\omega L)}=\frac{R_1R_2(1-\omega^2 LC)+j\omega L(R_1+R_2)}{R_2-R_1\omega^2 LC+j\omega(L+R_1R_2C)}=$$

$= K$ en reell konstant

varav

$$\frac{R_1R_2(1-\omega^2LC)}{R_2-R_1\omega^2LC}=K \qquad (1)$$

$$\frac{\overset{1}{\cancel{\omega}}L(R_1+R_2)}{\underset{1}{\cancel{\omega}}(L+R_1R_2C)}=K \qquad (2)$$

Då $\omega = 0$ ger (1) $K = R_1$ (fås direkt ur fig. eftersom kapacitansens impedans är oändlig vid denna frekvens och induktansens impedans är noll.)

Då $\omega = \infty$ ger (1) $K = R_2$ (fås direkt ur fig. eftersom kapacitansens impedans nu är noll medan induktansens impedans är oändlig.)

$$K=R_1=R_2\rightarrow \underline{R_1=R_2}$$

forts.


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

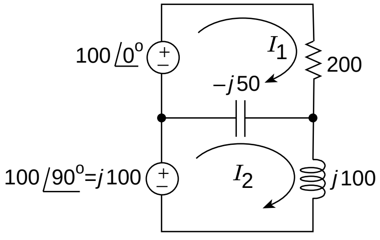
39. forts.

Enligt (2) blir nu med $R_2 = R_1$

$$\frac{L(R_1 + R_2)}{L + R_1 R_2 C} = R_1 \rightarrow \underline{L = R_1^2 C}$$

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**40** ”Översätt” nätet:




Den av $u_{o2}$ **avgivna** aktiva effekten är

$$P_{o2} = \frac{1}{2}\,\text{Re}\{U_{o2}I_2{}^*\} =$$

$$= 50\,\text{Re}\{jI_2{}^*\}$$

Maskanalys:

$$\begin{bmatrix} 200-j50 & j50 \\ j50 & \underbrace{j100-j50}_{j50} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 100 \\ j100 \end{bmatrix}$$

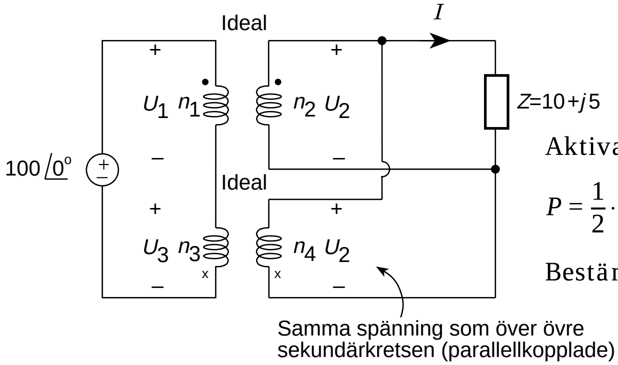
$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 200-j50 & 100 \\ j50 & j100 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 200-j50 & j50 \\ j50 & j50 \end{vmatrix}} = \frac{j50(400-j100-100)}{j50(200-j50-j50)} = \frac{3-j}{2-j} =$$

$$= \frac{3-j}{2-j}\cdot\frac{2+j}{2+j} = \frac{7+j}{5}$$

$$\therefore \underline{P_2} = 50\,\text{Re}\{jI_2{}^*\}50 = \text{Re}\left\{j\frac{7-j}{5}\right\} = 10\,\text{Re}\{1+j7\} = \underline{10\text{ W}}\ \text{(avgiven)}$$

 Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**41**




Aktiva effekten i $Z$:

$$P = \frac{1}{2} \cdot 10\ |I|^2$$

Bestäm $|I|$

$$\frac{U_1}{n_1} = \frac{U_2}{n_2} \Rightarrow U_1 = \frac{n_1}{n_2} U_2 = 5\ U_2 \qquad (1)$$

$$\frac{-U_3}{n_3} = \frac{-U_2}{n_4} \Rightarrow U_3 = \frac{n_3}{n_4} U_2 = 10\ U_2 \qquad (2)$$

$$U_1 + U_3 = 100 \qquad (3)$$

Insättning av (1) och (2) i (3) ger

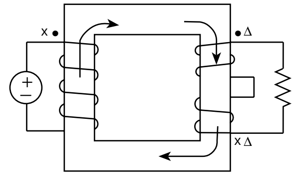
$$5U_2 + 10U_2 = 100 \Rightarrow U_2 = \frac{20}{3}\ \text{V}$$

$$I = \frac{U_2}{Z} = \frac{20}{3(10 + j5)}$$

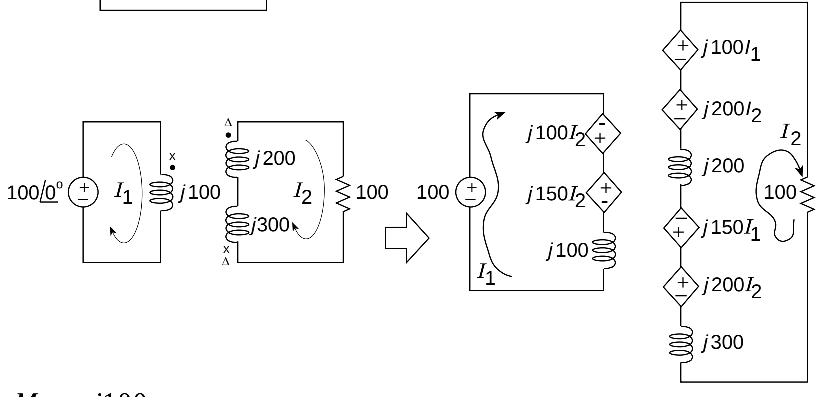
$$|I|^2 = \frac{400}{9(100 + 25)} = 0{,}356$$

$$\underline{P} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0{,}356 = \underline{1{,}78\ \text{W}}$$

**42** Sätt ut prickar: strömmar in vid prickar ger samverkande flöden.



Vi ritar nu kretsen på det ”vanliga” sättet och tillfogar maskströmmar.




$j\omega M_{12} = j100$
$j\omega M_{23} = \mathrm{j}200$
$j\omega M_{31} = \mathrm{j}150$

Maskanalys:

flyttas över enl. komplik. 3

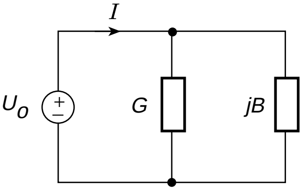
$$\begin{bmatrix} j100 & 0 \\ 0 & 100+j500 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 - j50 I_2 \\ -j50 I_1 + j400 I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} j100 & j50 \\ j50 & 100+j100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{I} = I_2 = \frac{\begin{vmatrix} j100 & 100 \\ j50 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} j100 & j50 \\ j50 & 100+j100 \end{vmatrix}} = \frac{-j5000}{-7500+j10000} = \underline{0{,}40\angle 143^\circ \text{ A}}$$


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**43** En komponent måste vara resistiv och en reaktiv eftersom $u_o$ och $i$ ej ligger i fas. Räkna med admittanser!




$$Y = G + jB = \frac{I}{U_o} = \frac{400\,\underline{/30°}}{50\,\underline{/-45°}}$$

ty $\sin(10t + 45°) = \cos(10t - 45°)$

$$G + jB = 8\,\underline{/75°} = 2{,}07 + j7{,}73$$

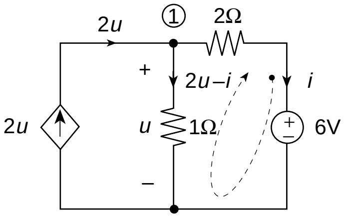
$$\because G = 2{,}07 \Rightarrow R = \underline{0{,}48\ \Omega}$$

$$B = 7{,}73 = \omega C = 10C \Rightarrow \underline{C = 0{,}77\ \text{F}}$$

måste vara kapacitans eftersom $B > 0$.

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur 

**44**




Strömmen genom 1 Ω-resistansen fås ur *KCL* i nod ①, se fig.

Tillämpa *KVL* på högra maskan:

$$6 - u + 2i = 0$$

Vidare gäller (Ohms lag):

$$u = 1(2u - i) \Rightarrow u = i$$

$$\because\ 6 - i + 2i = 0$$

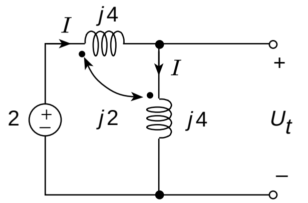
$$\because\ \underline{i = -6\ \text{A}}$$



Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**45** Bestäm en ekvivalent tvåpol för nätet till vänster om R.

*Tomgångsspänning:*




$U_t = j4\ I + j2\ I = j6\ I$

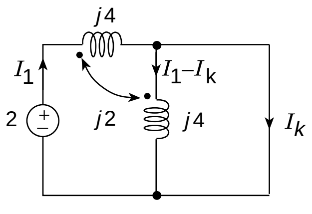
*KVL:*

$$\underbrace{j4I + j2I}_{\text{sp. över vänstra ind.}} + \underbrace{j4I + J2I}_{\text{d:o högra}} = 2$$

$$\therefore I = \frac{2}{j12} = \frac{1}{j6}$$

$$\therefore U_t = j6\ I = 1\ \text{V}$$

*Kortslutningsström:*




*KVL:*

Ytterslingan

$$\overbrace{j4I_1 + j2(I_1 - I_k)}^{j6I_1 - j2I_k} = 2$$

Högra slingan

$$j4(I_1 - I_k) + j2I_1 = 0$$

Undre ekv. ger: $I_1 = \dfrac{2I_k}{3}$

Insättning i övre ekv.: $j6\dfrac{2\ I_k}{3} - j2\ I_k = 2 \Rightarrow I_k = \dfrac{1}{j}$ A

$$Z_o = \frac{U_t}{I_k} = j\,\Omega$$

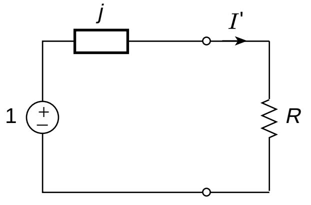
forts.

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

45. forts.

Anpassningsfall 2: Välj $\underline{R} = |Z_o| = \underline{1\ \Omega}$

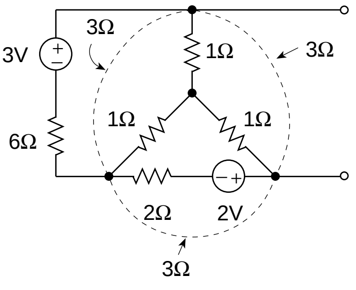
Max effekt




$$\underline{P_R} = \frac{1}{2}R|I'|^2 = \frac{1}{2}\cdot 1\frac{1^2}{|1+j|^2} = \underline{0{,}25\ \text{W}}$$


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**46**



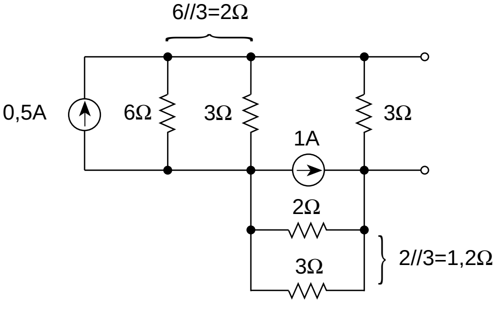

Omvandla stjärnan till en triangel

$$R_{ij} = \frac{1 \cdot 1}{R_o}; \quad ij = 12, 23, 31$$

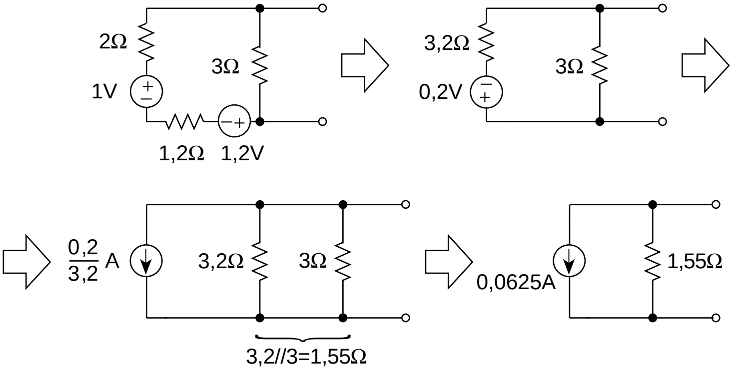
$$\frac{1}{R_o} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 3$$

$$R_{ij} = 3\ \Omega$$

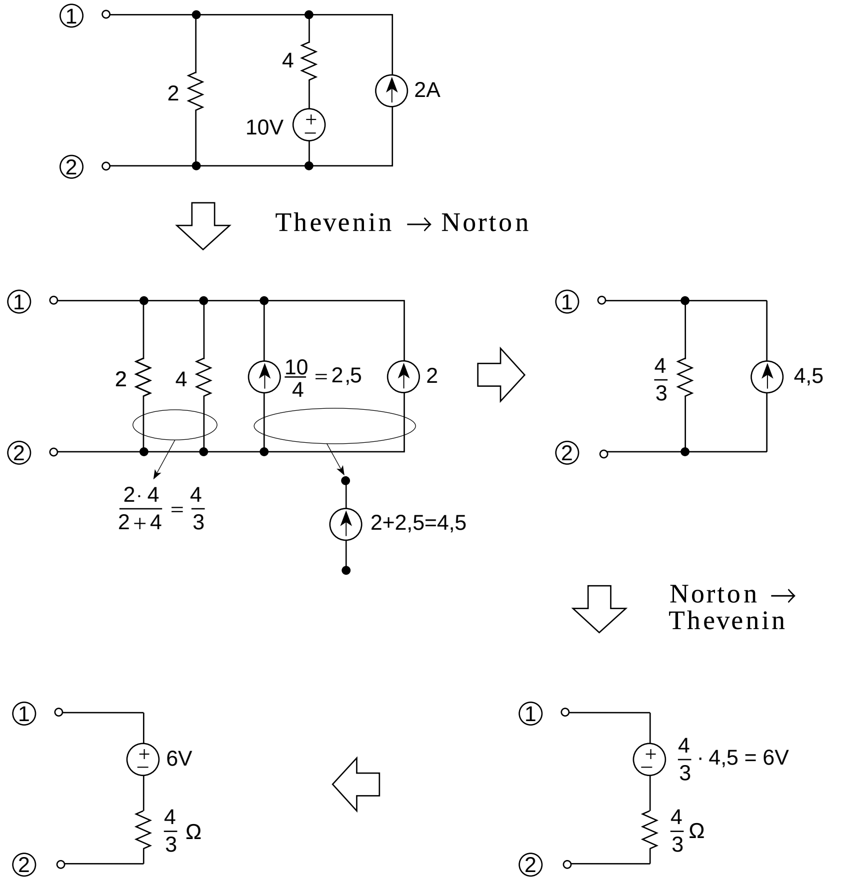
Omvandla spänningskällorna till strömkällor (Thevenin $\rightarrow$ Norton)




Omvandla strömkällorna till spänningskällor (Norton $\rightarrow$ Thevenin)

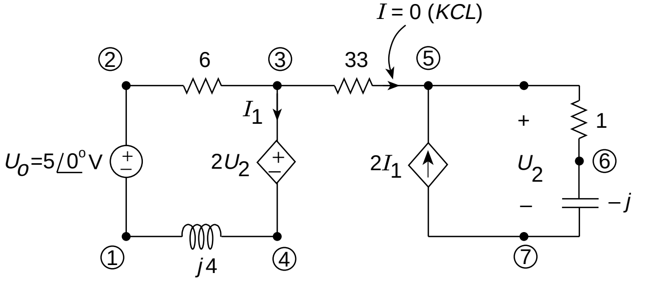


**47** Reducera nätet!




 Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**48** a)




Ur fig.:

$$U_o = I_1(6 + j4) + 2\,U_2 \qquad (1)$$

$$U_2 = 2\,I_1(1 - j) \qquad (2)$$

$$U_{17} = U_{12} + U_{23} + \overbrace{U_{35}}^{0} + U_{57} = -U_o + I_1 \cdot 6 + U_2 \qquad (3)$$

Insättning av (2) i (1) ger med $U_o = 5$

$$U_o = I_1(6 + j4 + 2 \cdot 2 \cdot (1 - j)) \rightarrow I_1 = \frac{U_o}{10} = 0{,}5 \text{ A}$$

$$\because U_2 = 1 - j$$

varav

$$U_{17} = -5 + 6 \cdot 0{,}5 + 1 - j = -(1 + j) = \sqrt{2}\,\underline{/-135°} \text{ V}$$

$$\because u_{17} = \sqrt{2} \cdot \cos(50\,t - 135°) \text{ V}$$

forts.

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur 

48. forts.

b) Låt oss välja skalan 2 cm/V samt utnyttja tidigare resultat.

Ur fig. har vi:

$$U_{21} = U_o = U_{23} + U_{34} + U_{41} \qquad (1)$$

$$U_{35} = 0 \qquad (2)$$

$$U_{57} = U_{45} + U_{67} \qquad (3)$$

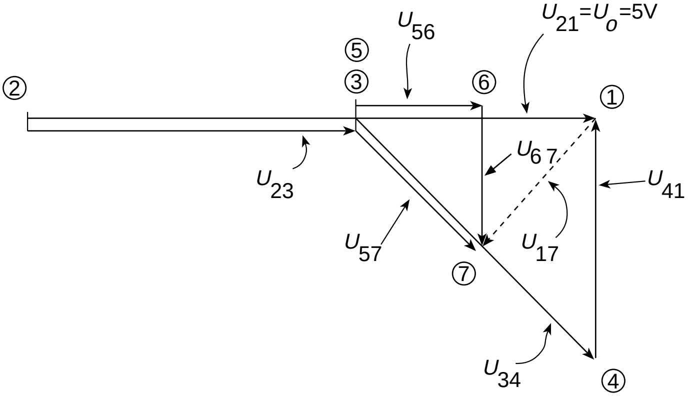
varav

$$U_{21} = 5 = \overbrace{I_1 \cdot 6}^{U_{23}} + \overbrace{I_1 \cdot 4(1-j)}^{U_{34}} + \overbrace{I_1 \cdot j4}^{U_{41}}$$

$$U_{35} = 0$$

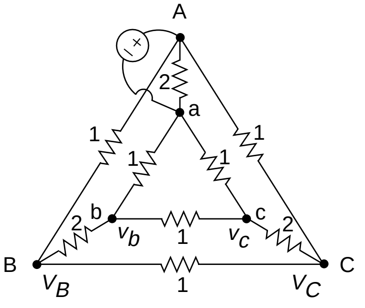
$$U_{57} = 2(1-j) = \overbrace{I_1 \cdot 1}^{U_{56}} + \overbrace{I_1(-j)}^{U_{67}}$$

Med $I_1 = 0{,}5 \angle 0°$ A fås :



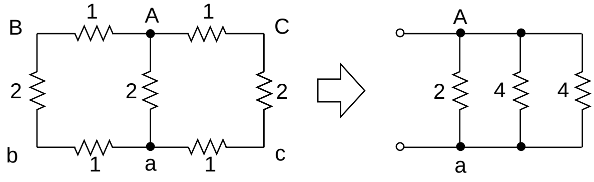

 Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**49** a)




Vi ansluter en spänningskälla mellan A och a. På grund av symmetri fås $v_b = v_c$, $v_B = v_C$.

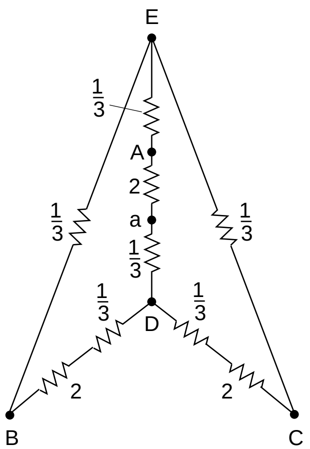
Ta bort 1 Ω-resistanserna mellan b och c respektive B och C.

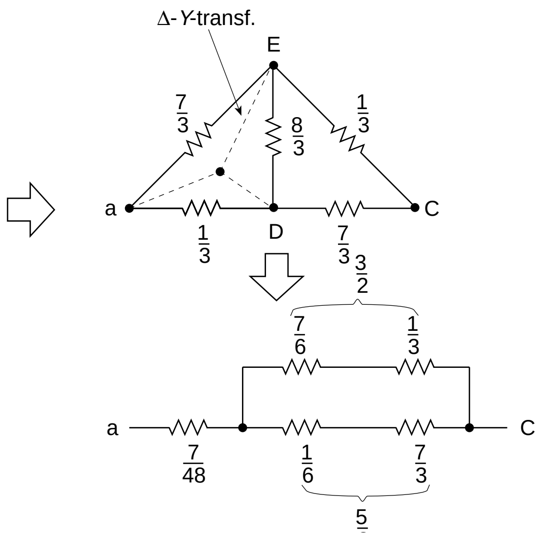



$$\frac{1}{R_{Aa}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$$

$$\underline{R_{Aa} = 1\ \Omega}$$

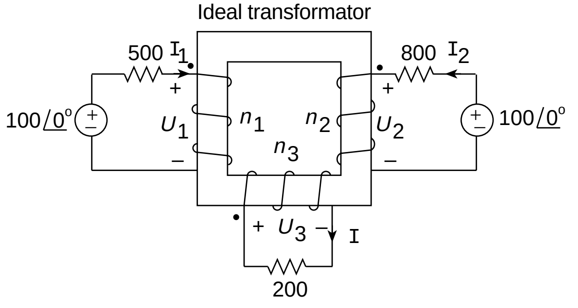
b) Omvandla de två trianglarna till stjärnor.




$$\underline{R_{aC}} = \frac{7}{48} + \frac{\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{2}}{\frac{3}{2}+\frac{5}{2}} = \frac{7}{48} + \frac{15}{16} = \frac{52}{48} = \underline{\frac{13}{12}}\ \Omega$$

**50**




$n_1 = 100$
$n_2 = 200$
$n_3 = 400$

Sätt ut prickar enligt prickregeln: ström in vid prickar ger samverkande flöde.

Transformatorformlerna:

(1) $\dfrac{U_1}{n_1} = \dfrac{U_2}{n_1} = \dfrac{U_3}{n_3}$ (alla spänningarna har plustecken vid prick)

(2) $n_1 I_1 + n_2 I_2 + n_3 I = 0$ (alla strömmar går in vid prick)

*KVL* ger

$500\ I_1 + U_1 = 100$ (3)

$800\ I_2 + U_2 = 100$ (4)

$200\ I = -\ U_3$ (5)

Ekvationerna (1) och (5) ger

$$U_1 = -\frac{n_1}{n_3}\,200\ I = -50\ I$$

$$U_2 = -\frac{n_2}{n_3}\,200\ I = -100\ I$$

forts.

 Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

50. forts.

Insättning i (3) och (4)

$I_1 = 0{,}2 + 0{,}1\,I;\quad I_2 = 0{,}125 + 0{,}125\,I$

Ekv. (2)

$100(0{,}2 + 0{,}1\,I) + 200(0{,}125 + 0{,}125\,I) + 400\,I = 0$

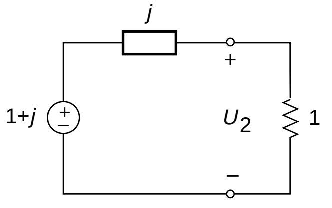
$I = \dfrac{-45}{435} = 0{,}10\ \underline{/180°} \rightleftarrows \underline{0{,}10\cos(\omega t + 180°)\text{ A} = i}$

**51** De två mätningarna ger tomgångsspänning respektive kortslutningsström för nätet till vänster om $Z_2$

$$U_t = 1 + j$$

$$I_k = 1 - j$$

$$Z_o = \frac{U_t}{I_k} = \frac{1+j}{1-j} \cdot \frac{1+j}{1+j} = \frac{2j}{2} = j$$



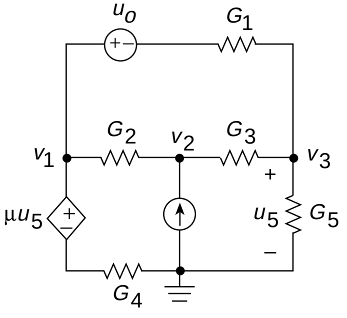

Spänningsdelning:

$$\underline{U_2} = \frac{1}{1+j} \cdot (1+j) = \underline{1\angle 0^\circ \text{ V}}$$

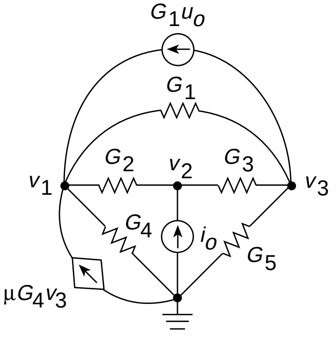


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**52**




Omvandla spänningskällorna till strömkällor (Thevenin $\rightarrow$ Norton) och utnyttja att $u_5 = v_3$




Nodanalys:

$$\begin{bmatrix} G_1+G_2+G_4 & -G_2 & -G_1 \\ -G_2 & G_2+G_3 & -G_3 \\ -G_1 & -G_3 & G_1+G_3+G_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} =$$

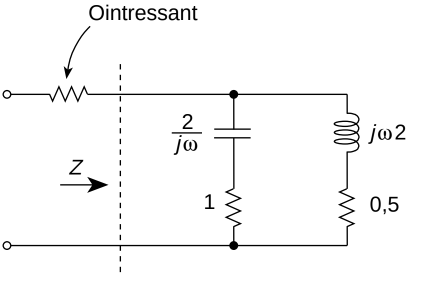
$$= \begin{bmatrix} G_1 u_o + \mu G_4 v_3 \\ I_o \\ -G_1 u_o \end{bmatrix}$$

Termen $\mu G_4 v_3$ flyttas till vänstra sidan (”komplikation 3”)

$$\begin{bmatrix} G_1+G_2+G_4 & -G_2 & -G_1-\mu G_4 \\ -G_2 & G_2+G_3 & -G_3 \\ 0 & -G_3 & G_1+G_3+G_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 u_o \\ i_o \\ -G_1 u_o \end{bmatrix}$$

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur 

**53**




$$Z=\frac{\left(1+\frac{2}{j\omega}\right)(0,5+j\omega 2)}{1+\frac{2}{j\omega}+0,5+j\omega 2}=\frac{4,5+j\left(2\omega-\frac{1}{\omega}\right)}{1,5+j\left(2\omega-\frac{2}{\omega}\right)}=\frac{a+jb}{c+jd}$$

Resonans för $Z$ = reell, dvs $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$

$$\frac{4,5}{2\omega-\frac{1}{\omega}}=\frac{1,5}{2\omega-\frac{2}{\omega}}$$

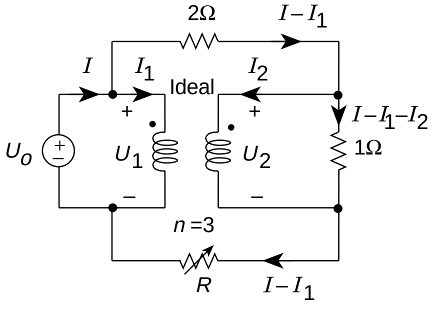
$$6\omega-\frac{6}{\omega}=2\omega-\frac{1}{\omega}$$

$$4\omega^2=5$$

$$\underline{\omega=\sqrt{\frac{5}{4}}=1,12\text{ rad/s}}$$


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**54** Koppla in en spänningskälla $U_o$




Samband:

$$U_o = U_1 \quad (1)$$

$$\frac{U_1}{U_2} = n = 3 \quad (2)$$

$$\frac{I_1}{I_2} = -\frac{1}{n} = -\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$U_1 = (2+R)(I-I_1)+U_2 \quad (4)$$

$$U_2 = 1\cdot(I-I_1-I_2) \quad (5)$$

Vi är intresserade av $R_o = \frac{U_o}{I}$. Bestäm därför $I$.

Insättning av (2) och (3) i (4) och (5) ger

$$2U_2 = (2 + R)(I - I_1) \quad (6)$$

$$U_2 = I + 2I_1 \quad (7)$$

Insättning av (7) i (6) ger

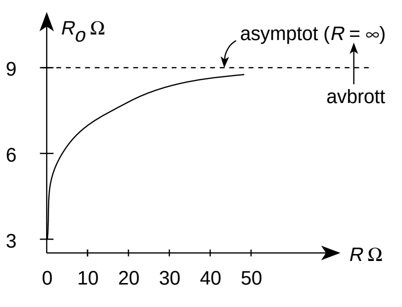
$$2I+4I_1 = (2+R)(I-I_1) \rightarrow I_1 = \frac{R}{6+R}\cdot I \quad (8)$$

Insättning av (8) i (7) ger med utnyttjande av (2) och (1)

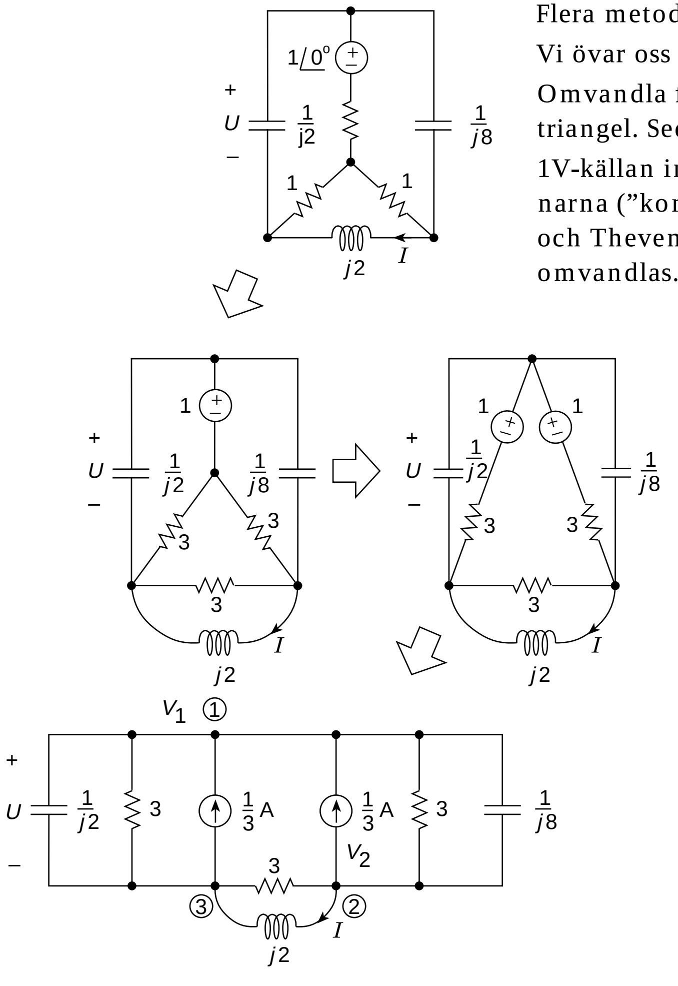
$$\frac{U_1}{3} = \frac{U_0}{3} = I+2\cdot\frac{R}{6+R}\,I \rightarrow U_o = \frac{3(6+3R)}{6+R}\,I = \frac{9(2+R)}{6+R}\,I$$

varav

$$\underline{R_o} = \frac{U_o}{I} = \underline{\frac{9(2+R)}{6+R}}$$



**55** ”Översätt” nätet:




Flera metoder lämpliga.

Vi övar oss i nodanalys.

Omvandla först stjärnan till triangel. Sedan ”skjuts” 1V-källan in i resistansgrenarna (”komplikation 2”) och Thevenin $\rightarrow$ Norton-omvandlas.

forts.

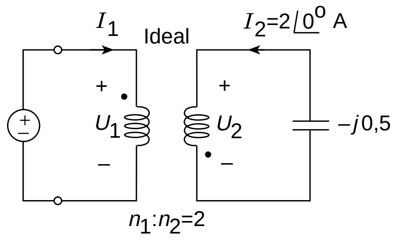
 Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

55. forts.

$$U = V_1 = \frac{\begin{vmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3}-j8 \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3}+j7.5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{2}{3}+j10 & \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3}-j8 & -\frac{2}{3}+j7,5 \end{vmatrix}} = \ldots = 0,19\ \underline{/-67,4^\circ} \rightleftarrows \underline{0,19 \cos(2\,t-67,4^\circ)\ \mathrm{V}}$$

$$I = \frac{V_2}{j2} = -j0.5 \frac{\begin{vmatrix} \frac{2}{3}+j10 & \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3}-j8 & -\frac{1}{3} \end{vmatrix}}{\ldots} = \ldots = 0,081\ \underline{/-149,3^\circ} \rightleftarrows \underline{0,081 \cos(2\,t-149,3^\circ)\ \mathrm{A}}$$

**56**




Transformatorformlerna:

$$\frac{U_1}{n_1} = \frac{-U_2}{n_2}$$ pga att plustecknet ej finns vid prick (1)

$$n_1 I_1 - n_2 I_2 = 0$$ pga att strömmen ej går in vid prick (2)

*KVL* i högra slingan:

$$U_2 = -j0,5(-2\angle 0°) = j = 1\angle 90° \text{ V}$$

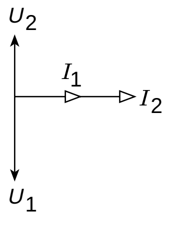
Ekv. (1) ger:

$$U_1 = -\frac{n_1}{n_2}U_2 = -2 \cdot 1\angle 90° = 2\angle -90° \text{ V}$$

Ekv. (2) ger:

$$I_1 = \frac{n_2}{n_1}I_2 = 0,5 \cdot 2\angle 0° = 1\angle 0° \text{ A}$$

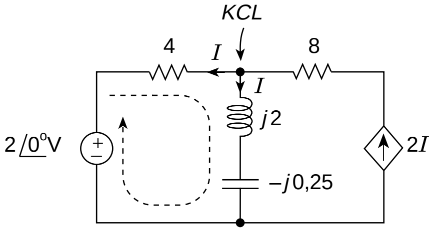
Visardiagram:






Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**57** ”Översätt” nätet:




*KCL* ger strömmen i vänstra grenen.

*KVL* i vänstra maskan:

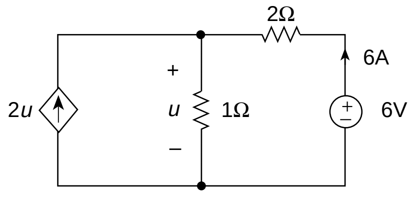
$$4(-I) + (j2 - j0{,}25)\ I - 2 = 0$$

$$\because I = \frac{2}{-4 + j1{,}75} = 0{,}46\underline{/-156°}$$

$$\because \underline{i = 0{,}46 \cos(2t - 156°\ )}\ \text{A}$$

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur 

**58** Enligt lösningen till problem 2.2 är $u = -6$ V, $i = -6$ A

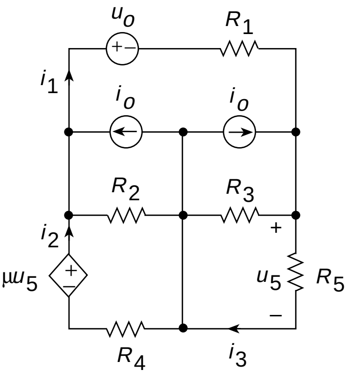



Strömkällan **mottar** (samordnade referensriktningar) effekten

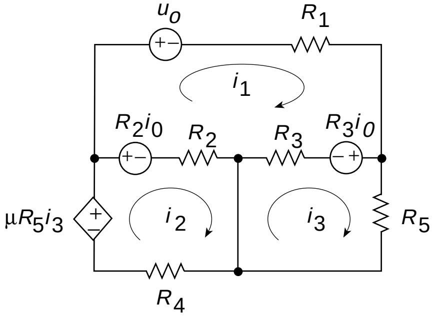
$\underline{p} = u(-2u) = -2u^2 = -2(-6)^2 = -72$ W dvs **avger** 72 W


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**59**




Omvandla strömkällorna (Norton $\rightarrow$ Thevenin). Ersätt $\mu u_5$ med $\mu \cdot R_5 i_3$.



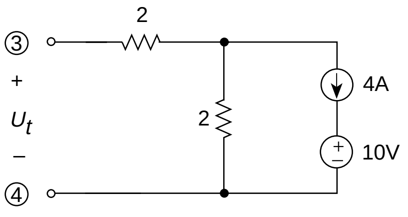

Maskanalys: flyttas enl. ”komplikation 3”

$$\begin{bmatrix} R_1+R_2+R_3 & -R_2 & -R_3 \\ -R_2 & R_2+R_4 & 0 \\ -R_3 & 0 & R_3+R_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_2 i_o - R_3 i_o - u_o \\ \mu R_5 i_3 - R_2 i_o \\ R_3 i_o \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} R_1+R_2+R_3 & -R_2 & -R_3 \\ -R_2 & R_2+R_4 & -\mu R_5 \\ -R_3 & 0 & R_3+R_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (R_2-R_3) i_o - u_o \\ -R_2 i_o \\ R_3 i_o \end{bmatrix}$$

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur 

**60** Bestämning av tomgångsspänningen



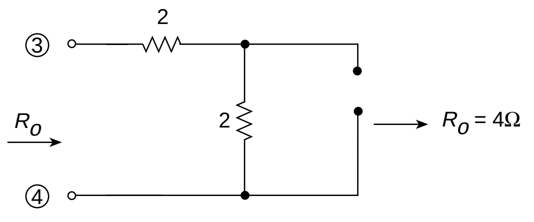

I högra grenen går 4 A.

Alltså

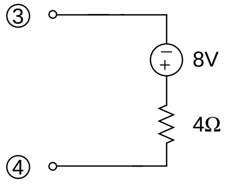
$$U_t = -2 \cdot 4 = -8 \text{ V}$$

Bestämning av den ekvivalenta resistansen $R_o$:

Nollställ de oberoende källorna

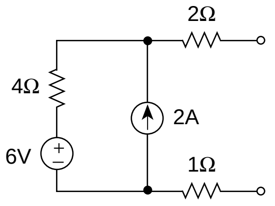



varav

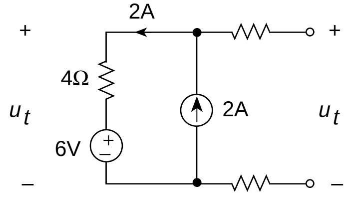



 Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**61**

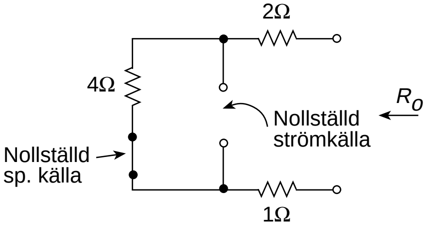



*Tomgångsspänningen $u_t$:*



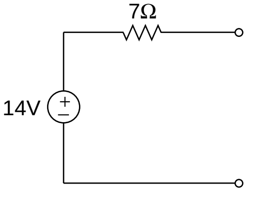

$$u_t = 4 \cdot 2 + 6 = 14 \text{ V}$$

*Ekvivalenta resistansen $R_o$:*




$$R_o = 2 + 4 + 1 = 7 \ \Omega$$

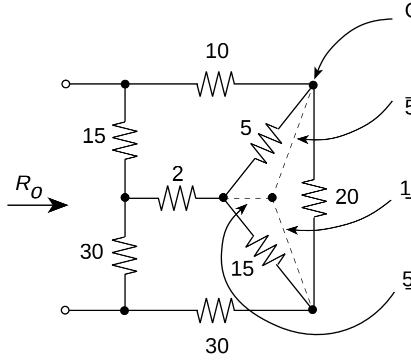
Thevenins ekvivalenta tvåpol:



**62**

Omvandla till en stjärna:

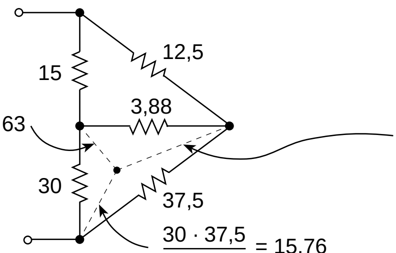



$$\frac{5\cdot 20}{5+15+20} = 2{,}5$$

$$\frac{15\cdot 20}{40} = 7{,}5$$

$$\frac{5\cdot 15}{40} = 1{,}88$$

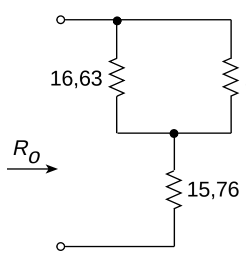
Omvandla till en stjärna




$$\frac{30\cdot 3{,}88}{71{,}38} = 1{,}63$$

$$\frac{3{,}88\cdot 37{,}5}{3{,}88+30+37{,}5} = 2{,}04$$

$$\frac{30\cdot 37{,}5}{71{,}38} = 15{,}76$$



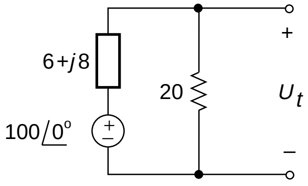

$$\underline{R_o} = 15{,}76 + \frac{16{,}63\cdot 14{,}54}{16{,}63+14{,}54} = \underline{23{,}5\,\Omega}$$



Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**63** Bestäm en ekvivalent tvåpol för nätet till vänster om $Z$:

*Tomgångsspänning:*




Spänningsdelning:

$$U_t = \frac{20}{\underbrace{20+6+j8}_{26\,+\,j8}} \cdot 100\angle 0° =$$

$$= 73{,}5\angle -17{,}1°$$

Ekvivalent impedans:

$$Z_o = \frac{20(6+j8)}{26+j8} = 7{,}35\angle 36{,}0° = 5{,}95 + j4{,}32$$

a) $Z = R$: anpassningsfall 2: Välj $\underline{R} = |Z_o| = \underline{7{,}35\ \Omega}$

b) $Z = k(1 + j0{,}5)$: anpassningsfall 2: Välj $k|1+j0{,}5| = |Z_o|$

$$\because\ \underline{k} = \frac{7.35}{\sqrt{1^2+0{,}5^2}} = \underline{6{,}58}$$

c) $Z = R + jX$: anpassningsfall 1: Välj $\underline{Z} = Z_o^* = \underline{5{,}95 - j4{,}32\ \Omega}$

Effekter: $I$ = ström genom lasten: $I = U_t/(Z_o + Z_{\text{last}})$

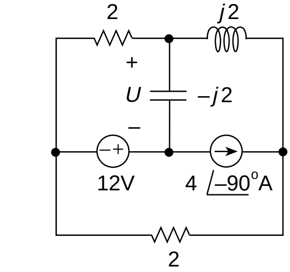
a) $\underline{P_{max}} = \frac{1}{2}R|I|^2 = \frac{1}{2} \cdot 7{,}35 \cdot \frac{73{,}5^2}{(7{,}35+5{,}95)^2 + 4{,}32^2} = \ldots = \underline{102\ \text{W}}$

b) $\underline{P_{max}} = \frac{1}{2}k|I|^2 = \frac{1}{2} \cdot 6{,}58 \cdot \frac{73{,}5^2}{(6{,}58+5{,}95)^2 + (6{,}58 \cdot 0{,}5 + 4{,}32)^2} = \underline{83\ \text{W}}$

c) $\underline{P_{max}} = \frac{1}{2}R|I|^2 = \frac{1}{2} \cdot 5{,}95 \cdot \frac{73{,}5^2}{(5{,}95+5{,}95)^2} = \ldots = \underline{114\ \text{W}}$

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**64** ”Översätt” nätet:

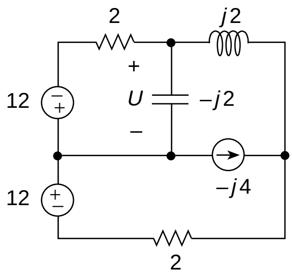



Nodanalys.

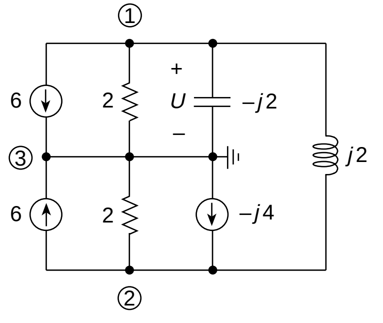
Vi har en spänningskälla enligt ”komplikation 2”.

Placera den i 2 Ω-grenarna.

$4\angle{-90^\circ} = -j4$




Thevenin → Norton




$$\begin{bmatrix} \overbrace{\frac{1}{2}+\frac{1}{j2}+\frac{1}{-j2}}^{0,5} & \overbrace{-\frac{1}{-j2}}^{j0,5} \\ \underbrace{-\frac{1}{j2}}_{j0,5} & \underbrace{\frac{1}{2}+\frac{1}{j2}}_{0,5-j0,5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -6+(-j4) \end{bmatrix}$$

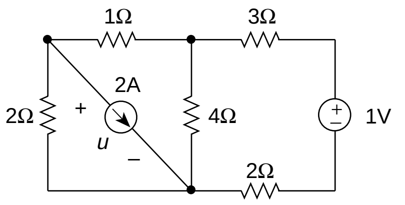
$$U = V_1 = \frac{\begin{vmatrix} -6 & j0.5 \\ -6-j4 & 0,5-j0.5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0,5 & j0,5 \\ j0,5 & 0,5-j0,5 \end{vmatrix}} = \frac{-5+j6}{0,5-j0,25} = 14,0\angle 156,4^\circ$$

$$\underline{u = 14,0\cos(1000\,t + 156,4^\circ)\ \mathrm{V}}$$

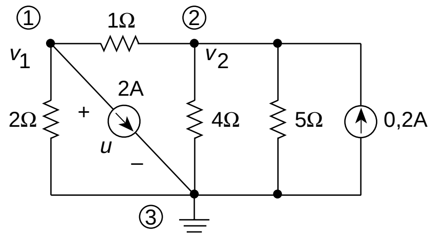


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

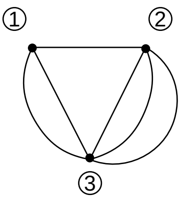
**65**




Omvandla 1V-källan och dess två serieresistanser (Thevenin $\rightarrow$ Norton):




Graf:



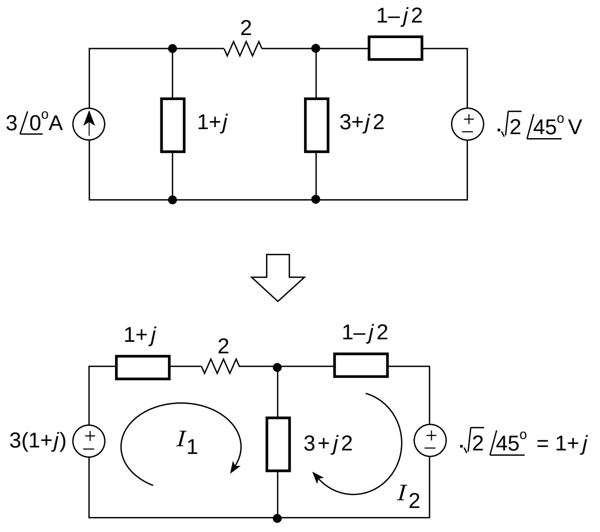

Nodanalys:

$$\begin{bmatrix} \underbrace{\frac{1}{2}+\frac{1}{1}}_{1,5} & -\frac{1}{1} \\ -\frac{1}{1} & \underbrace{\frac{1}{1}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}}_{1,45} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0,2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{u} = V_1 = \frac{\begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 0,2 & 1,45 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1,5 & -1 \\ -1 & 1,45 \end{vmatrix}} = \underline{-2.30\ \text{V}}$$

**66**




Norton → Thevenin-omvandla strömkällan.

Inför mask-strömmar. Maskanalys.

$$\begin{bmatrix} \overbrace{1+j+2+3+j2}^{6+j3} & -3-j2 \\ -3-j2 & \underbrace{3+j2+1-j2}_{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3(1+j) \\ -1-j \end{bmatrix}$$

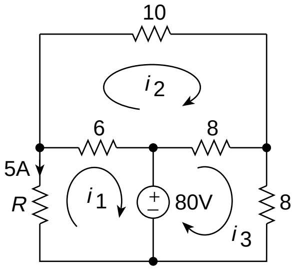
Vi söker $P_{2\Omega} = \frac{1}{2} \cdot 2|I_1|^2 = |I_1|^2$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 3+j3 & -3-j2 \\ -1-j & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6+j3 & -3-j2 \\ -3-j2 & 4 \end{vmatrix}} = \frac{11+j7}{19}$$

$$\underline{P_{2\Omega}} = \left| \frac{11+j7}{19} \right|^2 = \frac{170}{19^2} = \underline{0{,}47 \text{ W}}$$


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**67**




Inför tre mask-
strömmar:

$i_1 = -5$ A

Maskanalys:

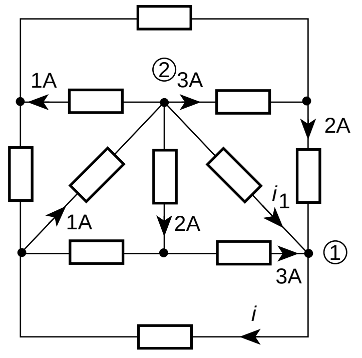
$$\begin{bmatrix} 6+R & -6 & 0 \\ -6 & 6+8+10 & -8 \\ 0 & -8 & 8+8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -80 \\ 0 \\ 80 \end{bmatrix}$$

Lös ut $I_1$:

$$i_1 = \frac{\begin{vmatrix} -80 & -6 & 0 \\ 0 & 24 & -8 \\ 80 & -8 & 16 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6+R & -6 & 0 \\ -6 & 24 & -8 \\ 0 & -8 & 16 \end{vmatrix}} = \ldots = \frac{-21760}{1344+320\text{ R}} = -5 \quad \text{enligt ovan}$$

$$\because \underline{R} = \frac{\frac{21760}{5} - 1344}{320} = \underline{9{,}40\ \Omega}$$

**68**




Inför strömmen $i_1$.

Tillämpa *KCL* på två noder:

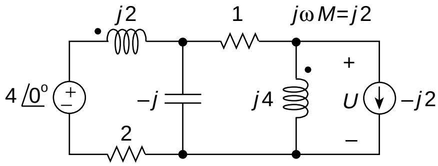
① $i - 3 - i_1 - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad i = 5 + i_1$

② $1 + 3 + i_1 + 2 - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad i_1 = -5$

$\because$ $\underline{i = 0 \text{ A}}$

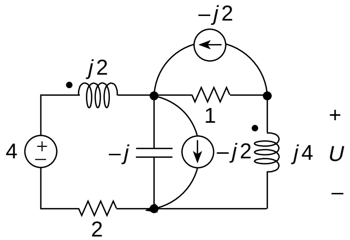

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**69**

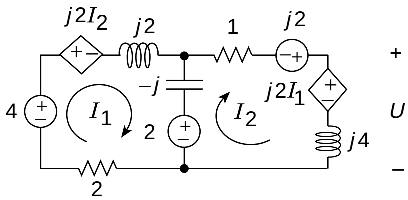



$I_o = 2\sin 2t \rightleftarrows 2\underline{/-90^\circ} = -j2$

Vi använder maskanalys, men kan inte Norton → Theveninomvandla strömkällan med den kopplade induktansen. Vi tillgriper ”komplikation 2” och flyttar strömkällan enligt:




Norton → Thevenin-omvandla strömkällorna, inför maskströmmar, ersätt prickarna med beroende källor:




$U = j_2\, I_1 + j4\, I_2$

flyttas enligt ”komplikation 3”

$$\begin{bmatrix} 2+j & j \\ j & 1+j3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-j2I_2 \\ 2+j2-j2I_1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2+j & j3 \\ j3 & 1+j3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2+j2 \end{bmatrix}$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & j3 \\ 2+j2 & 1+j3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2+j & j3 \\ j3 & 1+j3 \end{vmatrix}} = \frac{8}{8+j7}; \qquad I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 2+j & 2 \\ j3 & 2+j2 \end{vmatrix}}{\dots} = \frac{2}{8+j7}$$

$$U = j2(I_1 + 2I_2) = j2\frac{8+4}{8+j7} = \frac{j24}{8+j7} = 2{,}26\underline{/48{,}8^\circ}$$

$\underline{u = 2.26\cos(2t + 48{,}8^\circ)\ \text{V}}$

**70** $U_c = 5\,\angle{-45^\circ}\ \text{V}$

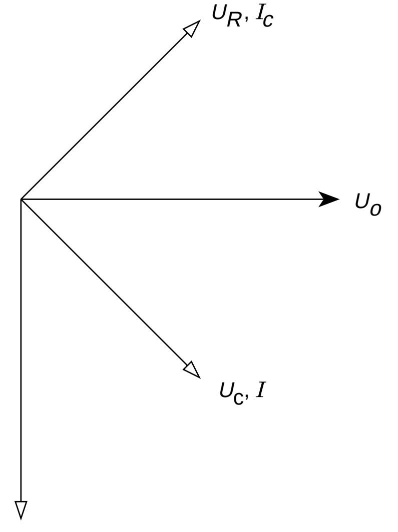
$$\because\ I_c = \frac{U_c}{jX_c} = j\omega C U_c = \overset{1\angle 90^\circ}{\overset{\downarrow}{j}}10^4\cdot 100\cdot 10^{-6}\cdot 5\,\angle{-45^\circ} = 5\,\angle 45^\circ\ \text{A}$$

$$U_R = R\cdot I_c = 1\cdot 5\,\angle 45^\circ = 5\,\angle 45^\circ\ \text{V}$$

$$U_o = U_R + U_c = 5\,\angle 45^\circ + 5\,\angle{-45^\circ} = \frac{5}{\sqrt{2}}(1+j) + \frac{5}{\sqrt{2}}(1-j) = 5\sqrt{2}\,\angle 0^\circ\ \text{V}$$

$$I_L = \frac{U_o}{j\omega L} = \frac{5\sqrt{2}}{1\,\angle 90^\circ\cdot 10^4\cdot 0.1\cdot 10^{-3}} = 5\sqrt{2}\,\angle{-90^\circ}\ \text{A}$$

Visardiagram:

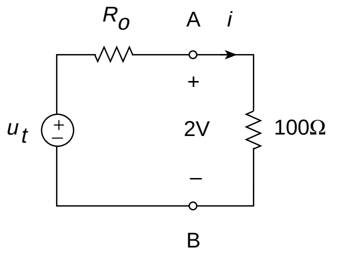




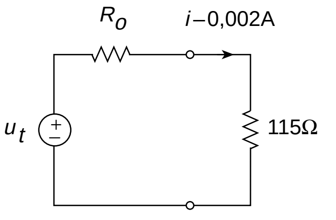
Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**71** Nätet ersätts av en ekvivalent tvåpol:

*Experiment 1*




*Experiment 2*




$$\begin{cases} u_t - R_o i = 2 & (1) \\ 100 \cdot i = 2 & (2) \end{cases}$$

$$u_t - R_o(i - 0{,}002) = 115(\ i - 0{,}002) \quad (3)$$

Ekv. (2) ger

$$i = \frac{2}{100} = 0{,}02\ \text{A}$$

Insättning i (1) och (3) ger:

$$\begin{cases} u_t - 0{,}02\ R_o = 2 \quad \Rightarrow \quad R_o = \dfrac{u_t - 2}{0{,}02} \\ u_t - 0{,}018\ R_o = 115 \cdot 0{,}018 \end{cases}$$

$$\because u_t - 0{,}018 \cdot \frac{u_t - 2}{0{,}02} = 115 \cdot 0{,}018$$

$$u_t = 2{,}7\ \text{V}$$

Om resistansen görs oändligt stor, arbetar nätet i tomgång, dvs

$$\underline{u_{AB} = u_t = 2{,}7}\ \text{V}$$

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur 

**72** a)

$$\frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{\overbrace{(10+j5)20\angle 30°}^{11{,}2\angle 26{,}6°}}{10+j5+\underbrace{20\angle 30°}_{17{,}3\,+\,j10}} = \frac{224\angle 56{,}6°}{\underbrace{27{,}3+j15}_{31{,}2\angle 28{,}8°}} = 7{,}18\angle 27{,}8°$$

b)

$$\frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{5\angle 45° \cdot 10\angle -70°}{\underbrace{5\angle 45°}_{3{,}54+j3{,}54} + \underbrace{10\angle -70°}_{3{,}42-j9{,}40}} = \frac{50\angle -25°}{\underbrace{6{,}96-j5{,}86}_{9{,}10\angle -40{,}1°}} = 5{,}50\angle 15{,}1°$$

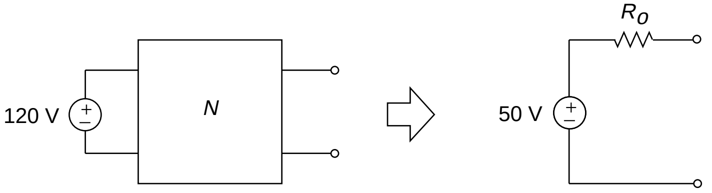
c)

$$\frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(6-j2)(1+j8)}{6-j2+1+j8} = \frac{\overbrace{22+j46}^{51{,}0\angle 64{,}4°}}{\underbrace{7+j6}_{9{,}22\angle 40{,}6°}} = 5{,}53\angle 23{,}8°$$

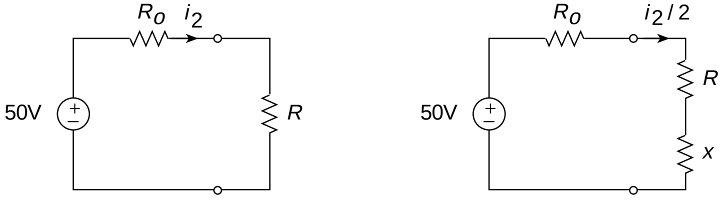


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**73** Den vänstra figuren visar att vi har en ekvivalent tvåpol med $u_t = 50$ V.



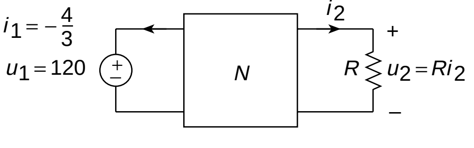

Använd denna i den andra figuren:




Halveringen av strömmen betyder att $x = R + R_o$. Vidare gäller

$$i_2 = \frac{50}{R_o + R} = \frac{50}{x}$$

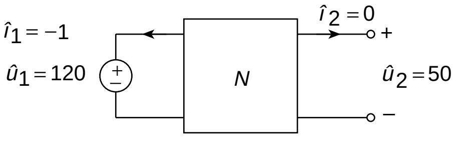
Tillämpa nu Tellegens teorem på vänstra och mellersta figurerna, där vi hittills inte utnyttjat att strömmarna på vänster sida om $N$ är kända:




$$\hat{u}_1 i_1 + \hat{u}_2 i_2 = u_1 \hat{i}_1 + u_2 \hat{i}_2$$

Här fås:

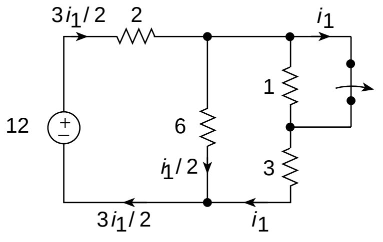
$$120\left(-\frac{4}{3}\right) + 50\ i_2 = 120(-1) + R \cdot i_2 \cdot 0$$




$$\because\ i_2 = 0{,}8 = \frac{50}{x}$$

$$\because\ \underline{x} = \frac{50}{0{,}8} = \underline{62{,}5\ \Omega}$$

**74** Inkopplingen av 1 Ω-resistansen kan åskådliggöras så här:



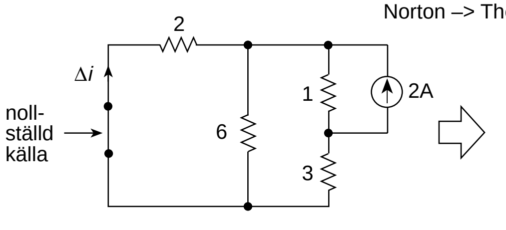

Före brytningen går strömmen $i_1$ genom strömbrytaren. Genom 6Ω-resistansen går $\frac{i_1}{2}$ (enl. Ohms lag: $6 \cdot \frac{i_1}{2} = 3 \cdot i_1$) och således går strömmen $\frac{3i_1}{2}$ genom spänningskällan.

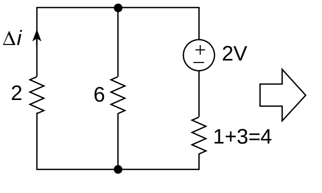
$$KVL \quad 2 \cdot \frac{3i_1}{2} + 6 \cdot \frac{i_1}{2} = 12$$

$$\because i_1 = 2 \text{ A}$$

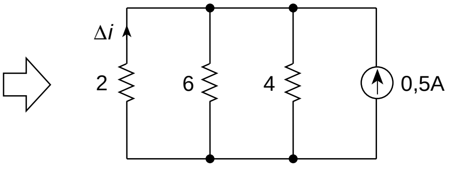
Enligt brytningssatsen fås ändringarna i spänningar och strömmar pga inkopplingen av 1 Ω-resistansen enligt:

Norton –> Thevenin




Thevenin –> Norton



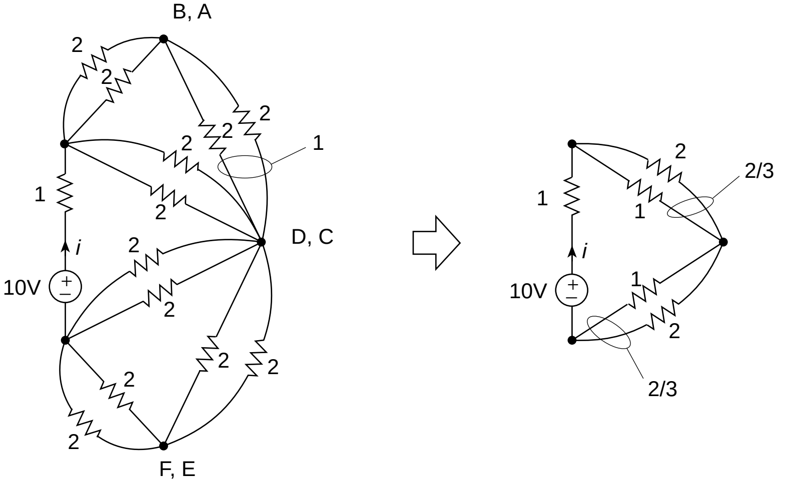

Strömgrening:

$$\underline{\Delta i} = -\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{4}} \cdot 0{,}5 = \underline{-0{,}27 \text{ A}}$$

 Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

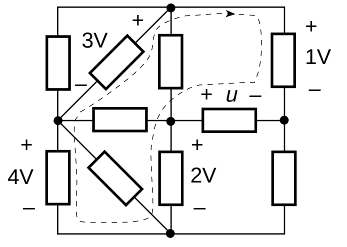
**75** Av symmetriskäl är $V_A = V_B$, $V_C = V_D$ och $V_E = V_F$.

Vik ihop nätet!




$$\underline{i} = \frac{10}{1 + 2\frac{2}{3}} = \frac{30}{7} = \underline{4\frac{2}{7}\ \text{A}}$$

**76**




Tillämpa *KVL* på den markerade slingan

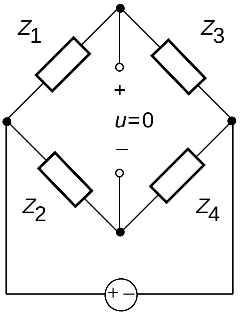
$$1 - u + 2 - 4 - 3 = 0$$

$$\because \underline{u = 4\text{ V}}$$


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**77** Bryggan är i balans om

$$Z_1 \cdot Z_4 = Z_2 \cdot Z_3 \quad \left(\text{eller } \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_3}{Z_4}\right)$$




Här är:

$Z_1 = R + j\omega L$

$Z_2 = R_1$

$Z_3 = R_2$

$$Z_4 = \frac{R_3 \cdot \dfrac{1}{j\omega C}}{R_3 + \dfrac{1}{j\omega C}} = \frac{R_3}{1 + j\omega R_3 C}$$

$$\because \ (R + j\omega L) \cdot \frac{R_3}{1 + j\omega R_3 C} = R_1 R_2$$

$$RR_3 + j\omega R_3 L = R_1 R_2 + j\omega\, R_1 R_2 R_3 C$$

Realdelar

$$RR_3 = R_1 R_2$$

dvs

$$\underline{R} = \frac{R_1 R_2}{R_3} = \frac{16 \cdot 100}{1000} = \underline{1{,}6\ \Omega}$$

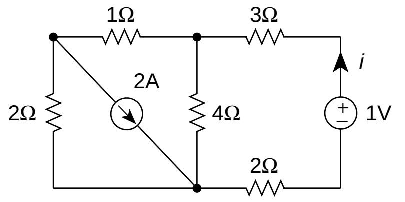
Imaginärdelar

$$\cancel{\omega R_3} L = \cancel{\omega} R_1 R_2 \cancel{R_3} C$$

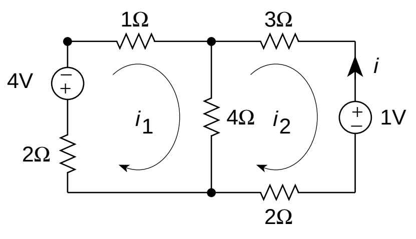
$$\because \ \underline{L} = R_1 R_2 C = 16 \cdot 100 \cdot 20 \cdot 10^{-6} = 0{,}032 \text{ H} = \underline{32 \text{ mH}}$$

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**78**




Omvandla strömkällan till en spänningskälla (Norton $\rightarrow$ Thevenin)



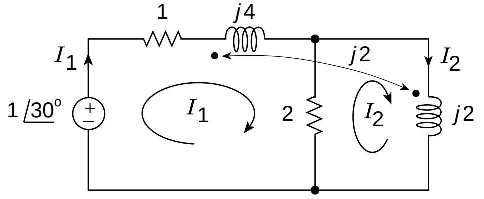

Maskanalys

$$\begin{bmatrix} \overbrace{1+4+2}^{7} & -4 \\ -4 & \underbrace{3+2+4}_{9} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \end{bmatrix}$$

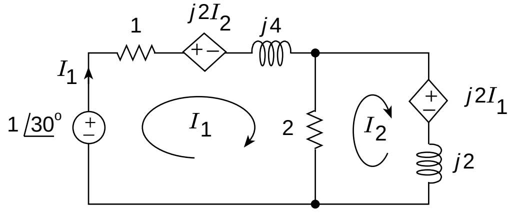
$$\underline{i} = -i_2 = -\frac{\begin{vmatrix} 7 & -4 \\ -4 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & -4 \\ -4 & 9 \end{vmatrix}} = \underline{0{,}49\ \text{A}}$$


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**79** Låt 1H-grenen och 2 Ω-grenen byta plats (de är ju parallella) så får vi $i_2$ på rätt ställe när vi inför maskströmmar.




Ersätt prickarna med beroende källor.




Maskanalys:

utnyttja ”komplikation 3”

$$\begin{bmatrix} 3+j4 & -2 \\ -2 & 2+j2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\,\underline{/30^\circ} - j2I_2 \\ -j2I_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3+j4 & -2+j2 \\ -2+j2 & 2+j2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\,\underline{/30^\circ} \\ 0 \end{bmatrix}$$

forts.

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur 

79. forts.

$$\underline{I}_1 = \frac{\begin{vmatrix} 1\angle 30^\circ & -2+j2 \\ 0 & 2+j2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3+j4 & -2+j2 \\ -2+j2 & 2+j2 \end{vmatrix}} = \frac{1\angle 30^\circ \; \overbrace{(2+j2)}^{2\sqrt{2}\angle 45^\circ}}{\underbrace{-2+j22}_{22{,}1\angle 95{,}2^\circ}} = \underline{0{,}128\angle 19{,}8^\circ \text{ A}}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\begin{vmatrix} 3+j4 & 1\angle 30^\circ \\ -2+j2 & 0 \end{vmatrix}}{\dots} = \frac{1\angle 30^\circ \; \overbrace{(2-j2)}^{2\sqrt{2}\angle 45^\circ}}{22{,}1\angle 95{,}2^\circ} = \underline{0{,}128\angle -109{,}8^\circ \text{ A}}$$



Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**80** Generatorspänningen $U_{oe} = 127$ V

Effekten i $R$: $P_R = RI_e^2$

$$I = \frac{U_o}{R + j\omega L} \Rightarrow I_e = \frac{U_{oe}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

$$\omega L = 2\pi 50 \cdot 25 \cdot 10^{-3} = 7{,}85$$

$$P_R = R \cdot \frac{U_{oe}^2}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

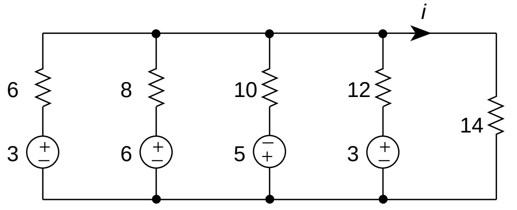
$$\because\ R^2 + \omega^2 L^2 = \frac{U_{oe}^2}{P_R} R$$

$$\underline{R} = \frac{U_{oe}^2}{2P_R} \pm \sqrt{\left(\frac{U_{oe}^2}{2P_R}\right)^2 - \omega^2 L^2} =$$

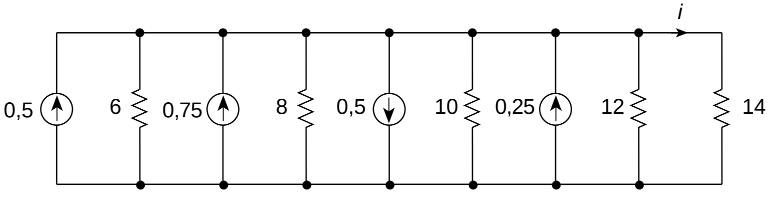
$$= \frac{127^2}{1000} \pm \sqrt{\left(\frac{127^2}{1000}\right)^2 - 7{,}85^2} = 16{,}13 \pm 14{,}09 = \underline{\begin{cases} 30{,}2\,\Omega \\ 2{,}04\,\Omega \end{cases}}$$

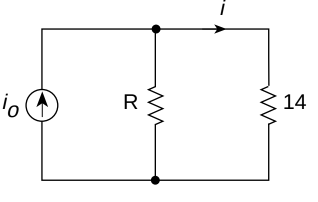
**81**




Omvandla alla spänningskällorna till strömkällor (Thevenin → Norton):




Slå ihop strömkällorna (parallellkopplade):




$i_o = 0,5 + 0,75 - 0,5 + 0,25 = 1$ A

$\frac{1}{R} = \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12} = 0,48 \qquad R = 2,11\ \Omega$

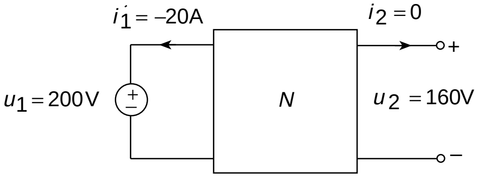
Strömgrening

$\underline{i} = \frac{2,11}{2,11 + 14} \cdot 1 = \underline{0,131\text{ A}}$


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**82** Eftersom Tellegen kräver samordnade referensriktningar och $i_1$ ej är samordnad med 200V-källan så inför vi $i_1' = -i_1$:

*Mätning 1*

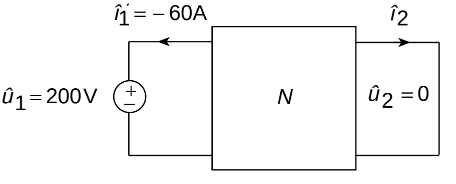



Enligt Tellegen:

$\hat{u}_1 i_1' + \hat{u}_2 i_2 = u_1 \hat{\imath}_1' + u_2 \hat{\imath}_2$

dvs

*Mätning 2*

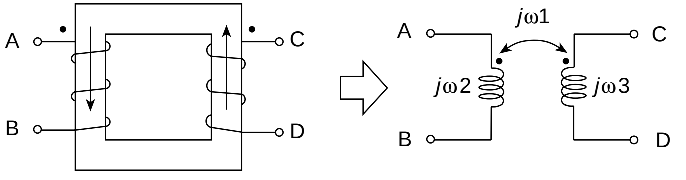



$200(-20) + 0 \cdot 0 =$

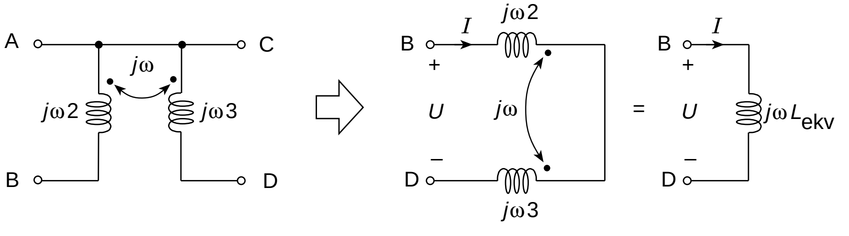
$= 200(-60) + 160\ \hat{\imath}_2$

$\because\ \underline{\hat{\imath}_2 = 50\ \text{A}}$

**83** Vi sätter ut prickar enligt prickregeln: Strömmar in vid prickar ger samverkande flöden.




a)



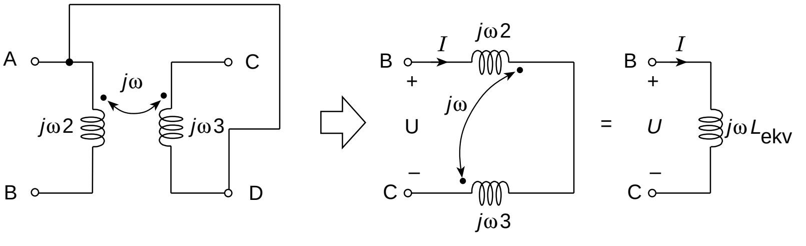

$$U = (j\omega 2 - j\omega + j\omega 3 - j\omega)\ I = j\omega L_{\text{ekv}}\ I$$

↑ ↑

pga kopplingen: ström (ej) in vid prick ger
inducerad spänning med + (ej) vid prick

$\because\ \underline{L_{\text{ekv}} = 3\ \text{H}}$

b)




$$U = (j\omega 2 + j\omega + j\omega 3 + j\omega)\ I = j\omega L_{\text{ekv}}\ I$$

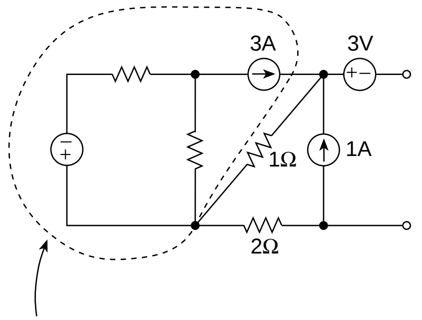
↑ ↑

pga kopplingen

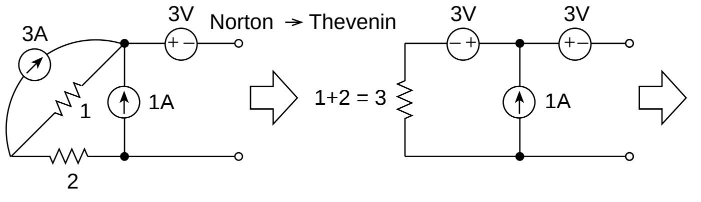
$\because\ \underline{L_{\text{ekv}} = 7\ \text{H}}$


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

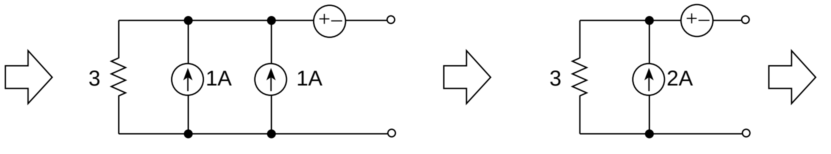
**84**



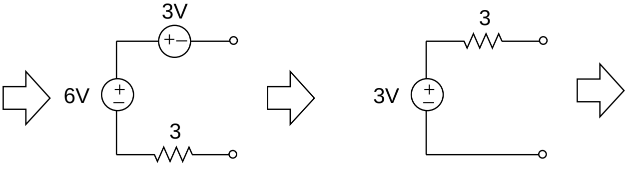

OBS! Denna del av nätet är ekvivalent med en strömkälla på 3A !



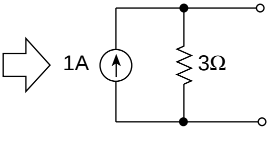

Thevenin → Norton



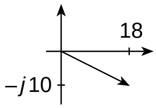

Norton → Thevenin




Thevenin → Norton

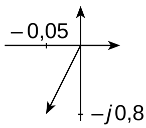


**85** a) $18 - j10$




Polärt: $\sqrt{18^2+10^2}\,\underline{\big/-\arctan\frac{10}{18}} = 20{,}6\,\underline{\big/-29{,}1°}$

b) $-\,0{,}05 - j0{,}8$




Polärt: $\sqrt{0{,}05^2+0{,}8^2}\,\underline{\big/-90° - \arctan\frac{0{,}05}{0{,}8}} = 0.802\,\underline{\big/-93{,}6°}$

c) $0{,}5\,\underline{\big/174°}$

Rektangulärt: $0{,}5\cos 174° + j0{,}5\sin 174° = \underline{-0{,}497 + j0{,}052}$

d) $\sqrt{1+j2}$ i polär form söks.

$1+j2 = \sqrt{1^2+2^2}\,\underline{\big/\arctan 2} = 2{,}24\,\underline{\big/63{,}4°}$

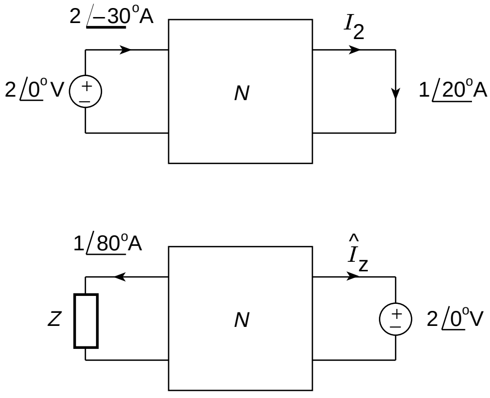
$\sqrt{2{,}24\,\underbrace{\underline{\big/63{,}4°}}_{e^{j63{,}4°}}} = \sqrt{2{,}24}\,\underline{\Big/\frac{63{,}4°}{2}} = 1{,}50\,\underline{\big/31{,}7°}$

$\sqrt{e^{j63{,}4°}} = e^{j63{,}4°/2}$



Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**86**




Tellegen!

$U_1 = 2\angle 0°$

$I_1 = -2\angle -30°$ (Obs tecken)

$U_2 = 0$

$I_2 = 1\angle 20°$

$\hat{U}_1 = Z \cdot 1\angle 80°$

$\hat{I}_1 = 1\angle 80°$

$\hat{U}_2 = 2\angle 0°$

$\hat{I}_2$ = okänd

$$\hat{U}_1 I_1 + \hat{U}_2 I_2 = U_1 \hat{I}_1 + U_2 \hat{I}_2$$

puh!

$$Z \cdot 1\angle 80° (-2\angle -30°) + 2\angle 0° \cdot 1\angle 20° = 2\angle 0° \cdot 1\angle 80° + 0 \cdot \hat{I}_2$$

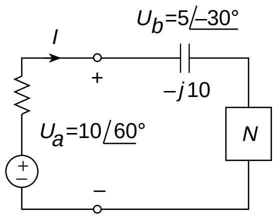
$$-2Z\angle 50° = 2\angle 80° - 2\angle 20°$$

$$-Z\angle 50° = \cos 80 + j\sin 80 - \cos 20° - j\sin 20° = \ldots = 1\angle 140°$$

$$\underline{Z} = -1\angle 90° = \underline{-j\Omega} \quad \text{(t.ex. en kapacitans)}$$

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur 

**87** ”Översätt” nätet:




$$I = \frac{5\angle{-30°}}{\underbrace{-j10}_{10\angle{-90°}}} = 0{,}5\angle 60°$$

$N$:s impedans $Z_N$:

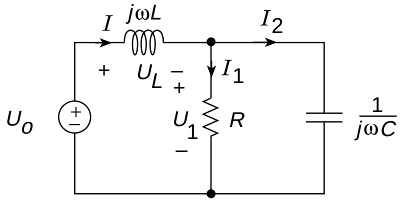
$$\underline{Z_N} = \frac{U_a - U_b}{I} = \frac{10\angle 60° - 5\angle{-30°}}{0{,}5\angle 60°} = 20 - \overbrace{10\angle{-90°}}^{-j10} = \underline{20 + j10\,\Omega}$$

Aktiva effekten i $N$:

$$\underline{P_N} = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}[Z]\cdot|I|^2 = \frac{1}{2}\,20\cdot 0{,}5^2 = \underline{2{,}5\ \mathrm{W}}$$

 Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**88** Vi konstruerar ett visardiagram, utgående från $U_1$, som är riktfas.



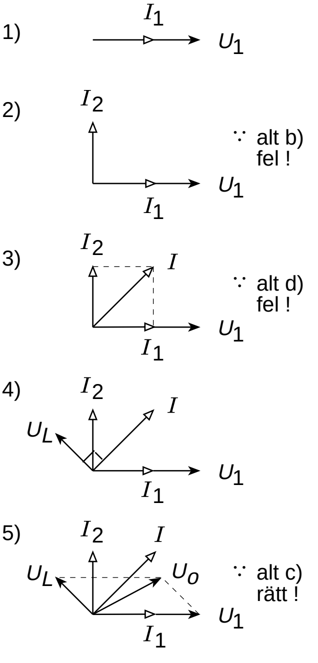

1) $I_1 = \dfrac{U_1}{R} \Rightarrow I_1$ i fas med $U_1$

2) $I_2 = j\omega C\ U_1 \Rightarrow I_2$ 90° före $U_1$

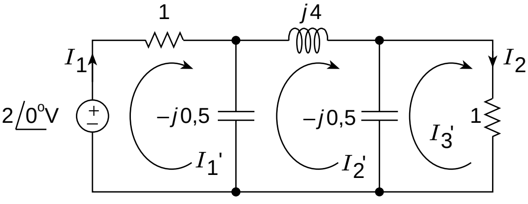
3) $I = I_1 + I_2$

4) $U_L = j\omega L I \Rightarrow U_L$ 90° före $I$

5) $U_o = U_L + U_1$



**89** ”Översätt” nätet:




Inför mask-strömmar

$I_1'$, $I_2'$, $I_3'$

$I_1 = I_1'$, $I_2 = I_3'$

Maskanalys:

$$\begin{bmatrix} 1-j0,5 & j0,5 & 0 \\ j0,5 & j4-j0,5-j0,5 & j0,5 \\ 0 & j0,5 & 1-j0,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1' \\ I_2' \\ I_3' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$I_1 = I_1' = \frac{\begin{vmatrix} 2 & j0,5 & 0 \\ 0 & j3 & j0,5 \\ 0 & j0,5 & 1-j0,5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1-j0,5 & j0,5 & 0 \\ j0,5 & j3 & j0,5 \\ 0 & j0,5 & 1-j0,5 \end{vmatrix}} = \ldots = \frac{3,5+j6}{3,5+j2} = 1,72 \angle 30°$$

$$I_2 = I_3' = \frac{\begin{vmatrix} 1-j0,5 & j0,5 & 2 \\ j0,5 & j3 & 0 \\ 0 & j0,5 & 0 \end{vmatrix}}{3,5+j2} = \frac{-0,5}{3,5+j2} = 0,124 \angle 150,3°$$

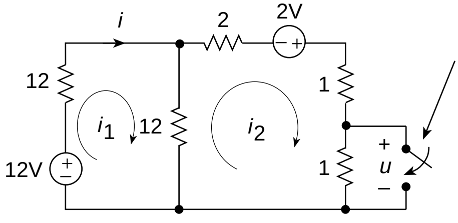
$\because \underline{I_1 = 1,72 \cos(2t + 30°)\ \text{A}}$

$\because \underline{I_2 = 0,124 \cos(2t + 150,3°)\ \text{A}}$


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**90** Förenkla nätet genom att Norton $\rightarrow$ Theveninomvandla strömkällan.

a)




Representerar ändringen av $R_1$ från 2 Ω till 1Ω.

Bestäm spänningen över strömbrytaren.

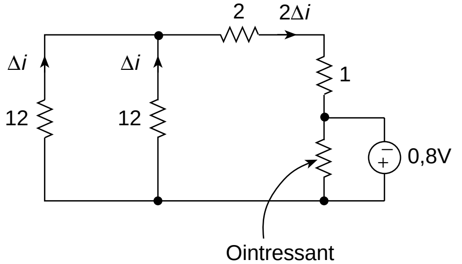
$u = 1 \cdot i_2$

Maskanalys:

$$\begin{bmatrix} 24 & -12 \\ -12 & 16 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow i_2 = \frac{\begin{vmatrix} 24 & 12 \\ -12 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 24 & -12 \\ -12 & 16 \end{vmatrix}} = 0{,}8 \text{ A} \qquad u = 0{,}8 \text{ V}$$

Använd slutningssatsens högra figur (moment 9.1 i studiedelen).

Nollställ källor!




Strömmar kan lätt tecknas.

$KVL$: $12\Delta i + 3 \cdot 2\Delta i = 0{,}8$

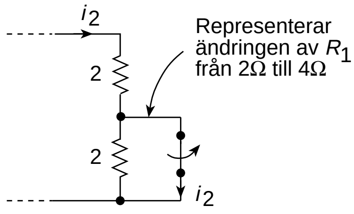
$\because\ \underline{\Delta i} = \dfrac{0{,}8}{18} = \underline{0{,}044 \text{ A}}$

forts.

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

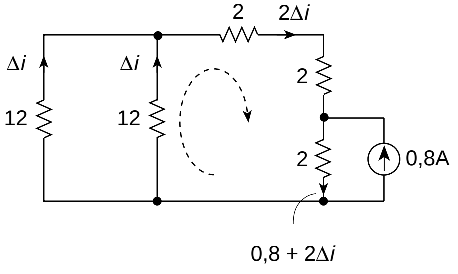
90. forts.

b)




Strömmen genom brytaren är $i_2 = 0{,}8$ A enligt ovan.

Användbrytningssatsenshögra fig. (moment 9.1 i studie-delen).




$$KVL:\ 12\Delta i + 4 \cdot 2\,\Delta i + {}$$
$$+\, 2(0{,}8 + 2\,\Delta i) = 0$$

$$\because\ \underline{\Delta i} = -\frac{1{,}6}{24} = -\underline{0{,}067\text{ A}}$$



Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**91** a) Parallellresonanskretsens admittans

$$Y = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C = \frac{1}{R} \quad \text{vid resonans}$$

Enligt figur är $\underline{Z = R = 10}$ vid resonans

$\omega_o = 100$ enligt figur

$$B = \frac{\omega_o}{Q} = 101 - 99 = 2 \quad \text{enligt figur}$$

$$\because Q = \frac{\omega_o}{B} = \frac{100}{2} = 50$$

För en parallellresonanskrets är $Q = \dfrac{R}{\omega_o L}$

$$\because \underline{L} = \frac{R}{\omega_o Q} = \frac{10}{100 \cdot 50} = \underline{0{,}002\text{H} = 2\ \text{mH}}$$

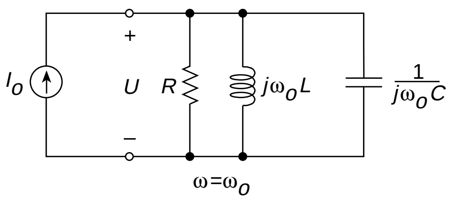
Slutligen $\omega_o = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

$$\because \underline{C} = \frac{1}{\omega_o^2 L} = \frac{1}{10^4 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = \underline{0{,}05\ \text{F}}$$

forts.

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur 

b) forts.




$R = 10\,\Omega$

$L = 2$ mH

$C = C_o + \Delta C$

där $C_o = 0{,}05$ F är kapacitansen vid resonans och $\Delta C$ är ändringen.

$$\omega_o^2 = \frac{1}{LC_o} = 10^4$$

Kretsens impedans är

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega_o C + \frac{1}{j\omega_o L}} = \frac{R}{1 + R\left(j\omega_o C + \frac{1}{j\omega_o L}\right)} =$$

$$= \frac{R}{1 + j\underbrace{\frac{R}{\omega_o L}}_{Q_o}(\omega_o^2 LC - 1)} = \frac{R}{1 + jQ_o(\omega_o^2 L(C_o + \Delta C) - 1)} =$$

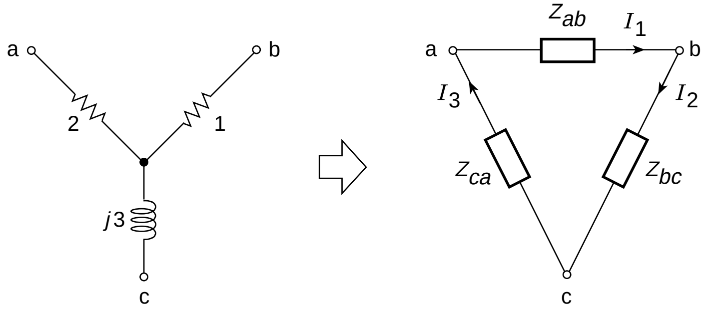
$$= \frac{R}{1 + jQ_o(\underbrace{\omega_o^2 LC_o}_{1} + \Delta C \cdot \underbrace{\omega_o^2 L}_{\frac{1}{C_o}} - 1)} = \frac{R}{1 + jQ_o \cdot \frac{\Delta C}{C_o}}$$

Då impedansen är $R/\sqrt{2}$, är $|U| = U_{\max}/\sqrt{2}$ varför

$$\left(Q_o \cdot \frac{\Delta C}{C_o}\right)^2 = 1 \Rightarrow \underline{\Delta C} = \pm\frac{C_o}{Q_o} = \pm\frac{0{,}05}{50} = \underline{\pm 0{,}001 \text{ F}}$$


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**92** $Y$-$\Delta$-transformering av belastningen ger:




$$Z_{ab} = \ldots = 3 - j\,\frac{2}{3}$$

$$Z_{bc} = 1 + j\frac{9}{2}$$

$$Z_{ca} = 2 + j9$$

Strömmarna blir:

$$I_{1e}^2 = \frac{(U_{ab})_e^2}{|Z_{ab}|^2} = \frac{220^2}{3^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{9 \cdot 220^2}{85}$$

På samma sätt:

$$I_{2e}^2 = \frac{220^2}{1^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \frac{4 \cdot 220^2}{85}$$

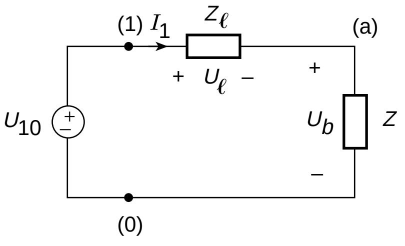
$$I_{3e}^2 = \frac{220^2}{2^2 + 9^2} = \frac{220^2}{85}$$

Aktiva effekten:

$$\underline{P} = 3 \cdot I_{1e}^2 + 1 \cdot I_{2e}^2 + 2 \cdot I_{3e}^2 = \frac{220^2}{85}(3 \cdot 9 + 1 \cdot 4 + 2 \cdot 1) = \ldots = \underline{18{,}8 \text{ kW}}$$

Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

**93** Symmetriskt trefassystem: Räkna på en fas!




$$U_b = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\, 380 \angle 0° \text{ V} \quad \text{(riktfas)}$$

$$Z_\ell = 1{,}5 + j2\pi 50 \cdot 3 \cdot 10^{-3} = $$
$$= 1{,}5 + j0{,}94\ \Omega$$

Per fas mottar motorn den komplexa effekten

$$S_b = \frac{1}{3}\left(10^4 + j\frac{10^4}{0{,}8}\cdot 0{,}6\right) = 4{,}17\cdot 10^3 \angle 36{,}9°$$

Nu är

$$S_b = \frac{1}{2} U_b \cdot I_1^*$$

varav

$$I_1 = \frac{2S_b^*}{U_b^*} = 26{,}9 \angle -36{,}9° \text{ A}$$

Enligt figur:

$$U_{10} = Z_\ell \cdot I_1 + U_b = (1{,}5 + j0{,}94)\cdot 26{,}9 \angle -36{,}9° + \frac{\sqrt{2}\cdot 380}{\sqrt{3}} = $$
$$= \ldots = 358 \angle -0{,}6° \text{ V}$$

Således blir huvudspänningens effektivvärde på generatorsidan

$$U_e^h = \frac{\sqrt{3}\,|U_{10}|}{\sqrt{2}} = 438 \text{ V}$$

forts.

 Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur

93. forts.

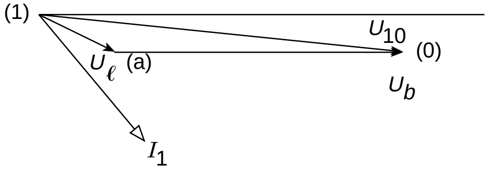
Den reaktiva effekten per fas blir

$$Q = \mathrm{Im}\left\{\frac{1}{2}\cdot U_{10}\ I_1^*\right\} = \mathrm{Im}\left\{\frac{1}{2}\cdot 358\ \underline{/-0{,}6^\circ}\ \cdot 26{,}9\ \underline{/36{,}9^\circ}\right\} =$$

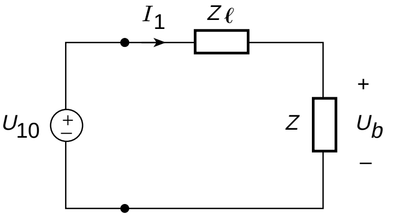
$$= \ldots = 2{,}84\ \mathrm{kVAr}$$

*Visardiagram* (ej skalenligt)

$$U_{10} = Z_\ell\ I_1 + U_b = 47{,}6\ \underline{/-4{,}8^\circ} + 310\ \mathrm{V}$$



**94** Symmetriskt trefassystem: Räkna på en fas!




$$U_{10} = \frac{\sqrt{2}\cdot 1\cdot 10^3}{\sqrt{3}} \angle 0° \text{ V (riktfas)}$$

$$|I_1| = \sqrt{2}\cdot 10 \text{ A}$$

För $Z$ gäller att:

$$Z = \frac{U_b}{I_1} = \left|\frac{U_b}{I_1}\right| \angle\varphi = |Z|(\cos\varphi + j\sin\varphi)$$

Eftersom belastningen är induktiv är $\varphi = \beta - \alpha > 0$ varför:

$$Z = |Z|\,(0{,}8 + j0{,}6)$$

$$Z_\ell = 0{,}5 + j6$$

Ur fig.

$$\frac{U_{10}}{I_1} = Z_\ell + Z = 0{,}5 + |Z|\cdot 0{,}8 + j(6 + |Z|\cdot 0{,}6)$$

$$\left|\frac{U_{10}}{I_1}\right|^2 = \left(\frac{1\cdot 10^3}{\sqrt{3}\cdot 10}\right)^2 = (0{,}5 + |Z|\cdot 0{,}8)^2 + (6 + |Z|\cdot 0{,}6)^2$$

och

$$Z| = -4 \underset{(-)}{+} \sqrt{4^2 + \frac{10^4}{3} - 36{,}25} = 53{,}56\ \Omega$$

$$U_b| = |Z|\cdot|I_1| = 53{,}56\cdot\sqrt{2}\cdot 10 = 757{,}4 \text{ V}$$

Således blir effektivvärdet av huvudspänningen på belastningssidan:

$$\underline{U_e^h} = \frac{\sqrt{3}\,|U_b|}{\sqrt{2}} = \underline{928 \text{ V}}$$


Kopiering av kurslitteratur förbjuden. © Studentlitteratur