

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

## Pelare

### ÖVNING 46

### LÖSNING

#### Dimensionerande materialegenskaper

##### Betong C30/37

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{30}{1,5} = 20 \text{ MPa}$$

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{cE}} = \frac{33}{1,2} = 27,5 \text{ GPa}$$

##### Armering

$$f_{yd} = \frac{f_k}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435 \cdot 10^6}{200 \cdot 10^9} = 2,17 \cdot 10^{-3}$$

$$l_o = 2 \cdot l = 2 \cdot 3 = 6 \text{ m}$$

#### Dimensioneringsvillkor

$$M_{Rd} \geq M_{Ed}$$

#### Bestämning av $M_{Ed}$

$$M_{Ed}(\beta = 1) = \left[ 1 + \frac{\beta}{\frac{N_B}{N_{Ed}} - 1} \right] M_{0,Ed}$$

$$M_{0,Ed} = M + N_{Ed} \cdot e_i$$

$$M_{0,Ed} = 0 + N_{Ed} \cdot e_i = 850 \cdot 0,015 = 12,75 \text{ kNm}$$

$$e_i = \frac{l_o}{400} = \frac{6000}{400} = 15 \text{ mm}$$

$$N_B = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l_o^2}$$

$$\text{Antag } \beta = 1,0$$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

$$N_B = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l_0^2} = \frac{\pi^2 \cdot 6,5 \cdot 10^6}{6^2} = 1782 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = \left[ 1 + \frac{1}{\frac{1782}{850} - 1} \right] \cdot 12,75 = 1,92 \cdot 12,75 \approx 24,5 \text{ kN}$$

## Momentkapacitet $M_{Rd}$ vid centrisk normalkraft

Antag att all armering flyter

$$x = \frac{N_{Ed}}{f_{cd} \cdot 0,8 \cdot b} = \frac{850 \cdot 10^3}{20 \cdot 10^6 \cdot 0,8 \cdot 0,35} = 0,15 \text{ m}$$

Kontroll av  $\varepsilon_s$  och  $\varepsilon'_s$ :

$$\varepsilon_s = \frac{d - x}{x} \varepsilon_{cu} = \frac{0,3 - 0,15}{0,15} \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} = 3,5 \cdot 10^{-3} > \varepsilon_{syd} = 2,17 \text{ ok!}$$

$$\varepsilon'_s = \frac{x - d'}{x} \varepsilon_{cu} = \frac{0,15 - 0,05}{0,15} \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} = 2,33 \cdot 10^{-3} > \varepsilon_{syd} = 2,17 \text{ ok!}$$

$$M_{Rd} = F_c (d - 0,4x) + F'_s (d - d') - N_{Ed} (d - h/2)$$

$$M_{Rd} = f_{cd} \cdot 0,8 \cdot x \cdot b (d - 0,4x) + f_{yd} \cdot A'_s (d - d') - N_{Ed} (d - h/2)$$

$$M_{Rd} = 20 \cdot 10^6 \cdot 0,8 \cdot 0,15 \cdot 0,35 (0,3 - 0,4 \cdot 0,15) + 435 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 201 \cdot 10^{-6} (0,3 - 0,05) - 850 \cdot 10^3 (0,3 - 0,175) = 139,1 \text{ kNm}$$

## Dimensioneringsvillkor

$$M_{Rd} \geq M_{Ed}$$

$$\text{Svar: } M_{Rd} = 139,1 \text{ kNm} < M_{Ed} = 24,5 \text{ kNm}$$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

## ÖVNING 47

## LÖSNING

### Dimensionerande materialegenskaper

#### Betong C30/37

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{30}{1,5} = 20 \text{ MPa}$$

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{cE}} = \frac{33}{1,2} = 27,5 \text{ GPa}$$

#### Armering

$$f_{yd} = \frac{f_k}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435 \cdot 10^6}{200 \cdot 10^9} = 2,17 \cdot 10^{-3}$$

$$l_o = 0,77 \cdot l = 3,85 \text{ m}$$

Antar att armering flyter

$$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy} \rightarrow \sigma = f_{yd}$$

### 1. Dimensioneringsvillkor

$$M_{Rd} \geq M_{Ed}$$

### 2. Bestämning av $M_{Ed}$

$$M_{o,Ed} = M_{Ed} + N_{Ed} \cdot e_i$$

$$e_i = \frac{l_o}{400} = \frac{3850}{400} = 9,625 \text{ mm}$$

$$M_{o,Ed} = \frac{q_d \cdot l^2}{8} + N_{Ed} \cdot e_i = \frac{3 \cdot 5,0^2}{8} + 500 \cdot 0,0096 = 14,175 \text{ kNm}$$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

$$M_{Ed} = \left[ 1 + \frac{\beta}{\frac{N_B}{N_{Ed}} - 1} \right] M_{0,Ed}$$

Antag  $\beta = 1,0$

$$N_B = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l_0^2}$$

$$N_B = \frac{\pi^2 \cdot 2,2 \cdot 10^6}{3,85^2} = 1465 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = \left[ 1 + \frac{1,0}{\frac{500}{1465} - 1} \right] \cdot 14,175 = 1,517 \cdot 14,175 = 21,5 \text{ kNm}$$

## Bestämning av momentkapacitet $M_{Rd}$

Antar att armering flyter

$$\varepsilon_s > \varepsilon_{sy} \rightarrow \sigma = f_{yd}$$

$$F_c + F'_s = F_s + N_{Ed}; \text{ men } F'_s = F_s$$

$$F_c = N_{Ed}$$

$$0,8x \cdot b \cdot f_{cd} = N_{Ed}$$

$$x = \frac{N_{Ed}}{0,8 \cdot b \cdot f_{cd}} = \frac{500 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 0,4 \cdot 20 \cdot 10^6} = 0,078 \text{ m}$$

$$M_{Rd} = F_c (d - 0,4x) + F'_s (d - d') - N_{Ed} (d - h/2)$$

$$f_{cd} \cdot 0,8 \cdot b (d - 0,4x) + f_{yd} \cdot A'_s (d - d') + N_{Ed} (d - h/2)$$

$$M_{Rd} = 20 \cdot 10^6 \cdot 0,4 \cdot 0,8 \cdot 0,078 (0,35 - 0,4 \cdot 0,078) + 435 \cdot 10^6 \cdot 402 \cdot 10^{-6} (0,35 - 0,05) - 500 \cdot 10^3 (0,35 - 0,2) = 136,6 \text{ kNm}$$

$$M_{Rd} = 136,6 \text{ kNm} > M_{Ed} = 21,5 \text{ kNm ok!}$$

## Kontroll av $\varepsilon_s$ och $\varepsilon'_s$

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_{cu} (d - x)}{x} = \frac{0,35 - 0,078}{0,078} \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} = 12 \cdot 10^{-3} < \varepsilon_{syd} \text{ ok!}$$

## Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

$$\varepsilon'_s = \frac{\varepsilon_{cu}(x - d')}{x} = \frac{0,078 - 0,05}{0,078} \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} = 1,256 \cdot 20^{-3} > \varepsilon_{syd} \text{ ej ok!}$$

$$\sigma = 200 \cdot 1,256 = 251,2 \text{ MPa}$$

$$M_{Rd} = 20 \cdot 10^6 \cdot 0,4 \cdot 0,8 \cdot 0,078(0,35 - 0,4 \cdot 0,078) + 251,2 \cdot 10^6 \cdot 402 \cdot 10^{-6} (0,35 - 0,05) - 500 \cdot 10^3 (0,35 - 0,2) = 114,4 \text{ kNm}$$

**Svar:**  $M_{Rd} = 114,4 \text{ kNm} > M_{Ed} = 21,5 \text{ kNm}$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

## ÖVNING 48

### LÖSNING

#### Dimensionerande materialegenskaper

##### Betong C20/25

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{30}{1,5} = 20 \text{ MPa}$$

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{cE}} = \frac{33}{1,2} = 27,5 \text{ GPa}$$

##### Armering

$$f_{yd} = \frac{f_k}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435 \cdot 10^6}{200 \cdot 10^9} = 2,17 \cdot 10^{-3}$$

$$l_0 = 2 \cdot l = 2 \cdot 3,0 = 6 \text{ m}$$

#### Dimensioneringsvillkor

$$M_{Rd} \geq M_{Ed}$$

#### Bestämning av $M_{Ed}$

$$M_{Ed}(\beta = 1) = \left[ 1 + \frac{\beta}{\frac{N_B}{N_{Ed}} - 1} \right] M_{0,Ed}$$

$$M_{0,Ed} = M + N_{Ed} \cdot e_i$$

$$M_{0,Ed} = \frac{q_{Ed} \cdot l^2}{2} + N_{Ed} \cdot e_i = \frac{2,0 \cdot 3,0^2}{2} + 550 \cdot 0,015 = 17,25 \text{ kNm}$$

$$e_i(\text{förenklade formeln}) = \frac{l_0}{400} = \frac{6000}{400} = 15 \text{ mm}$$

$$N_B = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l_0^2}$$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

Antag  $\beta = 1,0$

$$N_B = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l_0^2} = \frac{\pi^2 \cdot 3,0 \cdot 10^6}{6^2} = 822 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = \left[ 1 + \frac{1}{\frac{822}{550} - 1} \right] \cdot 17,25 = \left[ \frac{1}{1 - \frac{550}{822}} \right] \cdot 17,25 = 3 \cdot 17,25 \approx 52 \text{ kN}$$

**Momentkapacitet  $M_{Rd}$  vid centrisk normalkraft**

Antag att all armering flyter

$$F_c + F'_s = F_s + N_{Ed}; \text{ men } F'_s = F_s$$

$$F_c = N_{Ed}$$

$$f_{cd} \cdot b \cdot 0,8x = N_{Ed}$$

$$x = \frac{N_{Ed}}{f_{cd} \cdot 0,8 \cdot b} = \frac{550 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 13,3 \cdot 10^6 \cdot 0,4} = 0,13 \text{ m}$$

**Kontroll av  $\epsilon_s$  och  $\epsilon'_s$ :**

$$\epsilon_s = \frac{d - x}{x} \epsilon_{cu} = \frac{0,355 - 0,13}{0,13} \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} = 6,1 \cdot 10^{-3} > \epsilon_{syd} = 2,17 \text{ ok!}$$

$$\epsilon'_s = \frac{x - d'}{x} \epsilon_{cu} = \frac{0,13 - 0,045}{0,13} \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} = 2,3 \cdot 10^{-3} > \epsilon_{syd} = 2,17 \text{ ok!}$$

$$M_{Rd} = F_c (d - 0,4x) + F'_s (d - d') - N_{Ed} (d - h/2)$$

$$M_{Rd} = f_{cd} \cdot 0,8 \cdot b (d - 0,4x) + f_{yd} \cdot A'_s (d - d') - N_{Ed} (d - h/2)$$

$$M_{Rd} = 13,3 \cdot 10^6 \cdot 0,8 \cdot 0,13 \cdot 0,4 (0,355 - 0,4 \cdot 0,13) + 435 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 201 \cdot 10^{-6} (0,355 - 0,045) - 550 \cdot 10^3 (0,355 - 0,2) = 136,6 \text{ kNm}$$

**Dimensioneringsvillkor**

$$M_{Rd} \geq M_{Ed}$$

**Svar:**  $M_{Rd} = 136,6 \text{ kNm} < M_{Ed} = 52 \text{ kNm}$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

## ÖVNING 49

### LÖSNING

#### Dimensionerande materialegenskaper

##### Betong C25/30

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{30}{1,5} = 20 \text{ MPa}$$

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{cE}} = \frac{31}{1,2} = 25,8 \text{ GPa}$$

##### Armering

$$f_{yd} = \frac{f_k}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435 \cdot 10^6}{200 \cdot 10^9} = 2,17 \cdot 10^{-3}$$

$$l_o = l = 4,5 \text{ m}$$

$$d = 350 - 45 = 305 \text{ mm}$$

$$d' = 45 \text{ mm}$$

#### Dimensioneringsvillkor

$$M_{Rd} \geq M_{Ed}$$

#### Bestämning av $M_{Ed}$

$$M_{Ed}(\beta = 1) = \left[ 1 + \frac{\beta}{\frac{N_B}{N_{Ed}} - 1} \right] M_{0Ed}$$

$$M_{0,Ed} = M + N_{Ed} \cdot e_i$$

$$M_{0,Ed} = 0 + N_{Ed} \cdot e_i = 700 \cdot 0,0113 \approx 7,9 \text{ kNm}$$

$$e_i(\text{förenklade formeln}) = \frac{l_o}{400} = \frac{4500}{400} = 11,25 \text{ mm}$$



# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

$$N_B = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l_0^2}$$

$$N_B = \frac{\pi^2 \cdot 1,9 \cdot 10^6}{4,5^2} \approx 926 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = \left[ 1 + \frac{1}{\frac{926}{700} - 1} \right] \cdot 7,9 = 4,1 \cdot 7,9 = 32,4 \text{ kN}$$

## Momentkapacitet $M_{Rd}$ vid centrisk normalkraft

Antag att all armering flyter

$$F_c + F'_s = F_s + N_{Ed}; \text{ men } F'_s = F_s$$

$$F_c = N_{Ed}$$

$$f_{cd} \cdot b \cdot 0,8x = N_{Ed}$$

$$x = \frac{N_{Ed}}{f_{cd} \cdot 0,8 \cdot b} = \frac{700 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 20 \cdot 10^6 \cdot 0,35} = 0,125 \text{ m}$$

## Kontroll av $\varepsilon_s$ och $\varepsilon'_s$ :

$$\varepsilon_s = \frac{d - x}{x} \varepsilon_{cu} = \frac{0,305 - 0,125}{0,125} \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} = 5,04 \cdot 10^{-3} > \varepsilon_{syd} = 2,17 \text{ ok!}$$

$$\varepsilon'_s = \frac{x - d'}{x} \varepsilon_{cu} = \frac{0,125 - 0,045}{0,125} \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} = 2,24 \cdot 10^{-3} > \varepsilon_{syd} = 2,17 \text{ ok!}$$

$$M_{Rd} = F_c (d - 0,4x) + F'_s (d - d') - N_{Ed} (d - h/2)$$

$$M_{Rd} = f_{cd} \cdot b \cdot 0,8x(d - 0,4x) + f_{yd} \cdot A'_s (d - d') - N_{Ed} (d - h/2)$$

$$M_{Rd} = 20 \cdot 10^6 \cdot 0,8 \cdot 0,125 \cdot 0,35(0,35 - 0,4 \cdot 0,125) + 435 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 201 \cdot 10^{-6} (0,305 - 0,045) - 700 \cdot 10^3 \left( 0,305 - \frac{0,35}{2} \right) = 164,5 \text{ kNm}$$

## Dimensioneringsvillkor

$$M_{Rd} \geq M_{Ed}$$

$$\text{Svar: } M_{Rd} = 164,5 \text{ kNm} > M_{Ed} = 32,4 \text{ kNm}$$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

## ÖVNING 50

### LÖSNING

#### Dimensionerande materialegenskaper

##### Betong C35/45

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{35}{1,5} = 23,3 \text{ MPa}$$

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{cE}} = \frac{33}{1,2} = 27,5 \text{ GPa}$$

##### Armering

$$f_{yd} = \frac{f_k}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435 \cdot 10^6}{200 \cdot 10^9} = 2,17 \cdot 10^{-3}$$

$$l_o = l = 6 \text{ m}$$

#### Dimensioneringsvillkor

$$M_{Rd} \geq M_{Ed}$$

#### Bestämning av $M_{Ed}$

$$M_{0,Ed} = M_{Ed} + N_{Ed} \cdot e_i$$

$$e_i = \frac{l_o}{400} = \frac{6000}{400} = 15 \text{ mm}$$

$$M_{0,Ed} = \frac{q_d \cdot l^2}{8} + N_{Ed} \cdot e_i = \frac{12 \cdot 6^2}{8} + 750 \cdot 0,015 = 65,25 \text{ kNm}$$

$$M_{Ed} = \left[ 1 + \frac{\beta}{\frac{N_B}{N_{Ed}} - 1} \right] M_{0,Ed}$$

$$N_B = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l_o^2}$$

## Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

$$N_B = \frac{\pi^2 \cdot 1,8 \cdot 10^6}{6^2} = 493,5 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = \left[ 1 + \frac{1}{\frac{493,5}{750} - 1} \right] \cdot 65,25 = 1,92 \cdot 65,25 = 125,3 \text{ kNm}$$

### Bestämning av momentkapacitet $M_{Rd}$

Antar att armering flyter

$$x = \frac{N_{Ed}}{0,8 \cdot b \cdot f_{cd}} = \frac{750 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 0,30 \cdot 23,3 \cdot 10^6} = 0,134 \text{ m}$$

$$M_{Rd} = F_c (d - 0,4x) + F'_s (d - d') - N_{Ed} (d - h/2)$$

$$f_{cd} \cdot b \cdot 0,8x(d - 0,4x) + f_{yd} \cdot A'_s (d - d') - N_{Ed} (d - h/2)$$

$$M_{Rd} = 23,3 \cdot 10^6 \cdot 0,30 \cdot 0,8 \cdot 0,134 (0,26 - 0,4 \cdot 0,134) + 435 \cdot 10^6 \cdot 628 \cdot 10^{-6} (0,26 - 0,04) - 750 \cdot 10^3 (0,26 - 0,5 \cdot 0,30) = 132,3 \text{ kNm}$$

$$M_{Rd} = 132,3 \text{ kNm} > M_{Ed} = 125,3 \text{ kNm} \text{ ok!}$$

### Kontroll av $\varepsilon_s$ och $\varepsilon'_s$

$$\varepsilon_s = \frac{d - x}{x} \varepsilon_{cu} = \frac{0,26 - 0,134}{0,134} \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} = 3,29 \cdot 10^{-3} < \varepsilon_{syd} \text{ ok!}$$

$$\varepsilon'_s = \frac{x - d'}{x} \varepsilon_{cu} = \frac{0,134 - 0,04}{0,134} \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} = 2,46 \cdot 10^{-3} < \varepsilon_{syd} \text{ ok!}$$

$$\text{Svar: } M_{Rd} = 132,3 \text{ kNm} > M_{Ed} = 125,3 \text{ kNm}$$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

## ÖVNING 51

### LÖSNING

#### Dimensionerande materialegenskaper

##### Betong C30/37

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{30}{1,5} = 20 \text{ MPa}$$

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{cE}} = \frac{33}{1,2} = 27,5 \text{ GPa}$$

##### Armering

$$f_{yd} = \frac{f_k}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435 \cdot 10^6}{200 \cdot 10^9} = 2,17 \cdot 10^{-3}$$

$$\varphi_{ef} = 1,6$$

$$l_0 = 0,77 \cdot l = 0,77 \cdot 5 \approx 4,9 \text{ m}$$

##### Effektiv höjd

$$d = h - C = 280 - 34 = 246 \text{ mm.}$$

$$t = d' = 34 \text{ mm.}$$

##### Imperfektionen för pelare

$$e_i = \frac{l_0}{400} = \frac{3900}{400} = 9,75 \text{ mm}$$

##### 1:a ordningens moment med hänsyn till imperfektioner

$$M_{0,Ed} = M_{Ed} + N_{Ed} \cdot e_i$$

$$M_{0,Ed} = 0 + N_{Ed} \cdot e_i = 0 + 800 \cdot 0,01 = 8 \text{ kNm}$$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

**Kontroll om andras ordningens effekter skall beaktas**

$$\lambda \leq \lambda_{\min}$$

Med slankhetstalet vi definierat tidigt som

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{l_0}{\frac{h}{\sqrt{12}}} = \frac{3,9}{\frac{0,28}{\sqrt{12}}} = 48,3$$

$$\lambda_{\min} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n}}$$

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{800 \cdot 10^3}{0,28 \cdot 0,28 \cdot 20 \cdot 10^6} = 0,51$$

$$A = \frac{1}{1 + 0,2 \cdot \varphi_{ef}} = \frac{1}{1 + 0,2 \cdot 1,6} = 0,76$$

$$B = \sqrt{1 + 2\omega} = 1,1 \quad (\text{okänd})$$

$$C = 1,7 - r_m = 0,7 \quad (\text{okänd})$$

$$\lambda_{\min} = \frac{20 \cdot 0,76 \cdot 1,1 \cdot 0,7}{\sqrt{0,51}} = 16,4$$

$$\lambda = 48,3 > \lambda_{\min} = 16,4$$

**Andra ordningens effekt skall beaktas**

Här provar vi med att gissa att andra ordningens effekter förstör momentet med en faktor 1,5

$$M_{Ed} = 1,5 \cdot M_{0,Ed} = 1,5 \cdot 8 = 12 \text{ kNm}$$

Använd interaktionsdiagrammet.

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{800 \cdot 10^3}{0,28 \cdot 0,28 \cdot 20 \cdot 10^6} = 0,51$$

$$m = \frac{M_{Ed}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{12 \cdot 10^3}{0,28 \cdot 0,28^2 \cdot 20 \cdot 10^6} = 0,03$$

$$\omega = 0$$

Välj minimiarmering d.v.s.

## Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

$$A_s = 0,0002 A_c = 0,002 \cdot 0,28 \cdot 0,28 = 156,8 \cdot 10^{-6}$$

Välj 2φ 12 på varje sida.

**Kontrollera tvärsnitt**

$$M_{Ed} = \left[ 1 + \frac{\beta}{\frac{N_B}{N_{Ed}} - 1} \right] M_{0.Ed}$$

$$N_B = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l_0^2}$$

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s$$

$$\rho = \frac{452 \cdot 10^{-6}}{0,28 \cdot 0,28} = 0,0058 > 0,002$$

**För  $\rho \geq 0,002$  får följande faktorer användas**

$$K_s = 1$$

$$k_c = \frac{k_1 \cdot k_2}{(1 + \varphi_{ef})}$$

$$k_1 = \sqrt{\frac{f_{ck}(\text{Mpa})}{20}} = \sqrt{\frac{30(\text{Mpa})}{20}} = 1,22$$

$$k_2 = n \frac{\lambda}{170} = 0,51 \cdot \frac{48,3}{170} = 0,15 \leq 0,2 \quad \text{ok}$$

$$k_c = \frac{1,22 \cdot 0,15}{(1 + 1,6)} = 0,07$$

$$I = I_0 + A \cdot a^2$$

$$a_{\text{betong}} = \left( d - \frac{h_{\text{betong}}}{2} \right)$$

$$\begin{aligned} EI &= 0,07 \cdot 27,5 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,28 \cdot 0,28^3}{12} + 1 \cdot 200 \cdot 10^9 \cdot 452 \cdot 10^{-6} \cdot \left( 0,246 - \frac{0,28}{2} \right)^2 \\ &= 10,88 \text{ MNm}^2 \end{aligned}$$

$$N_B = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l_0^2}$$

## Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

$$N_B \frac{\pi^2 \cdot 10,88}{3,9^2} = 7,06 \text{ MN}$$

$$M_{Ed} = \left[ 1 + \frac{1}{\frac{7,06}{0,8} - 1} \right] \cdot 8 = 1,13 \cdot 8 = 9 \text{ kNm}$$

**Enligt interaktionsdiagrammet**

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{800 \cdot 10^3}{0,28 \cdot 0,28 \cdot 20 \cdot 10^6} = 0,51$$

$$m = \frac{M_{Ed}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{9 \cdot 10^3}{0,28 \cdot 0,28^2 \cdot 20 \cdot 10^6} = 0,02$$

$$\omega_1 = 0$$

Välj minimiarmering d.v.s.

$$A_s = 0,0002 A_c = 0,002 \cdot 0,28 \cdot 0,28 = 156,8 \cdot 10^{-6}$$

Välj 2φ 12 på varje sida.

**Svar:** 2 + 2φ12

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

## ÖVNING 52

### LÖSNING

#### Dimensionerande materialegenskaper

Betong C30/37

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{30}{1,5} = 20 \text{ MPa}$$

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{cE}} = \frac{33}{1,2} = 27,5 \text{ GPa}$$

Armering

$$f_{yd} = \frac{f_k}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435 \cdot 10^6}{200 \cdot 10^9} = 2,17 \cdot 10^{-3}$$

$$\varphi_{ef} = 2,1$$

#### Effektiv höjd

$$d = h - c_{\min} - \Delta c_{dur} - \phi / 2 = 400 - 25 - 10 - 12,5 = 352,5 \text{ mm.}$$

$$d' = c_{\min} + \Delta c_{dur} + \phi / 2 = 25 + 10 + 12,5 = 47,5 \text{ mm.}$$

#### Imperfektionen för pelare

$$l_0 = 0,77 \cdot l = 0,77 \cdot 7 = 5,4 \text{ m}$$

$$e_i = \frac{l_0}{400} = \frac{5,4}{400} = 0,0135 \text{ m}$$

#### 1:a ordningens moment med hänsyn till imperfektioner

$$M_{0,Ed} = M_{Ed} + N_{Ed} \cdot e_i$$

$$M_{0,Ed} = \frac{q_{Ed} l^2}{8} + N_{Ed} \cdot e_i = \frac{30 \cdot 7^2}{8} + 580 \cdot 0,0135 \approx 191,6 \text{ kNm}$$



# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

Kontroll om andras ordningens effekter skall beaktas

$$\lambda \leq \lambda_{\min}$$

Med slankhetstalet vi definierat tidigt som

$$\lambda = \frac{l_0}{i}$$

och

$$\lambda_{\min} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n}}$$

där

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{580 \cdot 10^3}{0,4 \cdot 0,4 \cdot 20 \cdot 10^6} = 0,18$$

$$A = \frac{1}{1 + 0,2 \cdot \varphi_{ef}} = \frac{1}{1 + 0,2 \cdot 2,7} = 0,65$$

$$B = \sqrt{1 + 2\omega} = 1,1 \quad (\text{okänd})$$

$$\lambda_{\min} = \frac{20 \cdot 0,65 \cdot 1,1 \cdot 0,7}{\sqrt{0,18}} = 23,6$$

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{l_0}{\frac{h}{\sqrt{12}}} = \frac{5,4}{\frac{0,4}{\sqrt{12}}} = 46,8$$

$$\lambda = 46,8 > \lambda_{\min} = 23,6$$

Andra ordningens effekt skall beaktas

Här provar vi med att gissa att andra ordningens effekter förstör momentet med en faktor 1,5

$$M_{Ed} = 1,5 \cdot M_{O,Ed} = 1,5 \cdot 191,6 = 287,4 \text{ kNm}$$

Använd interaktionsdiagrammet.

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{580 \cdot 10^3}{0,4 \cdot 0,4 \cdot 20 \cdot 10^6} = 0,18$$

$$m = \frac{M_{Ed}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{287,4 \cdot 10^3}{0,4 \cdot 0,4^2 \cdot 20 \cdot 10^6} = 0,225$$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

$$\omega = 0,39$$

$$A_s = \omega \cdot b \cdot h \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0,39 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot \frac{20 \cdot 10^6}{435 \cdot 10^6} = 2869 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

Välj 6 $\phi$  25 på varje sida  $\Rightarrow$  (6 $\phi$  25 = 2945  $\cdot$  10<sup>-6</sup>)

**Kontrollera tvärsnitt**

$$M_{Ed} = \left[ 1 + \frac{\beta}{\frac{N_B}{N_{Ed}} - 1} \right] M_{0,Ed}$$

$$N_B = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l_0^2} \text{ där EI – nominella styvheten enligt nedan}$$

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s$$

$$\rho = \frac{5890 \cdot 10^{-6}}{0,4 \cdot 0,4} = 0,03 > 0,01$$

**För  $\rho \geq 0,01$  får följande faktorer användas**

$$K_s = 0$$

$$k_c = \frac{0,3}{1 + 0,5\varphi_{ef}} = \frac{0,3}{(1 + 0,5 \cdot 2,7)} = 0,128$$

$$EI = 0,128 \cdot 20 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,4 \cdot 0,4^3}{12} = 5,46 \text{ MNm}^2$$

$$N_B = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l_0^2} = \frac{\pi^2 \cdot 5,46}{5,4^2} = 1,85 \text{ MN}$$

$$\beta = \frac{\pi^2}{c_0} = \frac{\pi^2}{9,6} = 1,03$$

$$M_{Ed} = \left[ 1 + \frac{\beta}{\frac{N_B}{N_{Ed}} - 1} \right] M_{0,Ed} = \left[ 1 + \frac{1,03}{\frac{1,85}{0,58} - 1} \right] \cdot 191,6 = 1,47 \cdot 191,6 = 281,7 \text{ kNm}$$

**Enligt interaktionsdiagrammet**

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{580 \cdot 10^3}{0,4 \cdot 0,4 \cdot 20 \cdot 10^6} = 0,18$$

## Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

$$m = \frac{M_{Ed}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{281,7 \cdot 10^3}{0,4 \cdot 0,4^2 \cdot 20 \cdot 10^6} = 0,22$$

$$\omega_1 = \mathbf{0,38}$$

$$A_s = \omega \cdot b \cdot h \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0,38 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot \frac{20 \cdot 10^6}{435 \cdot 10^6} = 2795 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

Välj  $6\phi 25$  på varje sida med  $A_s = 2945 \text{ mm}^2$

**Svar:** 6 + 6  $\phi 25$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

## ÖVNING 53

### LÖSNING

#### Dimensionerande materialegenskaper

##### Betong C35/45

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{35}{1,5} = 23,3 \text{ MPa}$$

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{cE}} = \frac{34}{1,2} = 28,3 \text{ GPa}$$

##### Armering

$$f_{yd} = \frac{f_k}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435 \cdot 10^6}{200 \cdot 10^9} = 2,18 \cdot 10^{-3}$$

$$l_0 = 0,7 \cdot 6,5 = 4,55 \text{ m}$$

##### Imperfektionen för pelare

$$e_i = \frac{l_0}{400} = \frac{4,55}{400} = 0,0114 \text{ m}$$

##### 1:a ordningens moment med hänsyn till imperfektioner

$$M_{0Ed} = M_{Ed} + N_{Ed} \cdot e_i = 120 + 450 \cdot 0,0114 = 125,13 \text{ kNm}$$

##### Kontroll om andras ordningens effekter skall beaktas

$$\lambda \leq \lambda_{\min}$$

$$\lambda = \frac{l_0}{i}$$

$$\lambda_{\min} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n}}$$

$$n = \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{450 \cdot 10^3}{0,40 \cdot 0,45 \cdot 23,3 \cdot 10^6} = 0,11$$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

$$A = \frac{1}{1 + 0,2 \cdot \varphi_{ef}} = \frac{1}{1 + 0,2 \cdot 2,2} = 0,7$$

$$B = \sqrt{1 + 2\omega} = 1,1 \quad (\text{okänd})$$

$$\omega = \frac{f_{yd} \cdot A_s}{f_{cd} \cdot A_c}$$

$$C = 1,7 - r_m = 0,7 \quad (\text{okänd})$$

$$\lambda_{\min} = \frac{20 \cdot 0,7 \cdot 1,1 \cdot 0,7}{\sqrt{0,11}} = 32,5$$

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{l_0}{\frac{h}{\sqrt{12}}} = \frac{4,55}{\frac{0,45}{\sqrt{12}}} = 35$$

$$\lambda = 35 > \lambda_{\min} = 32,5$$

## Andra ordningens effekt skall beaktas

Här provar vi med att gissa att andra ordningens effekter förstör momentet med en faktor 1,5

$$M_{Ed} = 1,5 \cdot M_{0,Ed} = 1,5 \cdot 125,13 = 188 \text{ kNm}$$

Använd interaktionsdiagrammet.

$$n = \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{450 \cdot 10^3}{0,40 \cdot 0,45 \cdot 23,3 \cdot 10^6} = 0,11$$

$$m = \frac{M_{Ed}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{188 \cdot 10^3}{0,40 \cdot 0,45^2 \cdot 23,3 \cdot 10^6} = 0,1$$

$$\omega = 0,12$$

$$A_s = \omega \cdot b \cdot h \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0,12 \cdot 0,40 \cdot 0,45 \cdot \frac{23,3 \cdot 10^6}{435 \cdot 10^6} = 1157 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

Välj 6φ 16 på varje sida => (6φ 16 = 1206 · 10<sup>-6</sup>)

## Kontrollera tvärsnitt

$$M_{Ed} = \left[ 1 + \frac{\beta}{\frac{N_B}{N_{Ed}} - 1} \right] M_{0,Ed}$$

## Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

$$N_B = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l_0^2}$$

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s$$

$$\rho = \frac{2412 \cdot 10^{-6}}{0,40 \cdot 0,45} = 0,0134 > 0,01$$

För  $\rho \geq 0,01$  får följande faktorer användas

$$K_s = 0$$

$$k_c = \frac{0,3}{(1 + 0,5\varphi_{ef})} = \frac{0,3}{(1 + 0,5 \cdot 2,2)} = 0,14$$

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s$$

$$EI = 0,14 \cdot 28,3 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,40 \cdot 0,45^3}{12} = 12,03 \text{ MNm}^2$$

$$N_B = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l_0^2} N_B \frac{\pi^2 \cdot 8,25}{4,55^2} = 5,735 \text{ MN}$$

$$M_{0,Ed} = \left[ 1 + \frac{1}{\frac{5,735}{0,45} - 1} \right] \cdot 125,13 = 1,09 \cdot 125,13 = 136,4 \text{ kNm}$$

Enligt interaktionsdiagrammet

$$n = \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{450 \cdot 10^3}{0,40 \cdot 0,45 \cdot 23,3 \cdot 10^6} = 0,11$$

$$m = \frac{M_{Ed}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{136,4 \cdot 10^3}{0,40 \cdot 0,45^2 \cdot 23,3 \cdot 10^6} = 0,072$$

$$\omega_1 = 0,08$$

$$A_s = \omega \cdot b \cdot h \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0,07 \cdot 0,40 \cdot 0,45 \cdot \frac{23,3 \cdot 10^6}{435 \cdot 10^6} = 771 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

Välj  $4\phi 16$  på var sida med  $A_s = A'_s = 804 \text{ mm}^2$

**Svar:** 4 + 4 $\phi 16$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

## ÖVNING 54

### LÖSNING

#### Dimensionerande materialegenskaper

##### Betong C35/45

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{35}{1,5} = 23,3 \text{ MPa}$$

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{cE}} = \frac{34}{1,2} = 28,3 \text{ GPa}$$

##### Armering

$$f_{yd} = \frac{f_k}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435 \cdot 10^6}{200 \cdot 10^9} = 2,17 \cdot 10^{-3}$$

$$\varphi_{ef} = 1,4$$

$$l_0 = 0,77 \cdot 5 = 3,9 \text{ m}$$

##### Imperfektionen för pelare

$$e_i = \frac{l_0}{400} = \frac{3900}{400} \approx 0,01 \text{ m}$$

##### 1:a ordningens moment med hänsyn till imperfektioner

$$M_{0,Ed} = M_{Ed} + N_{Ed} \cdot e_i$$

$$M_{0,Ed} = 0 + N_{Ed} \cdot e_i = +2200 \cdot 0,01 = 22 \text{ kNm}$$

##### Kontroll av om andras ordningens effekter ska beaktas

$$\lambda \leq \lambda_{\min}$$

$$\lambda = \frac{l_0}{i}$$

## Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

$$\lambda_{\min} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n}}$$

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{2200 \cdot 10^3}{0,30 \cdot 0,35 \cdot 23,3 \cdot 10^6} = 0,9$$

$$A = \frac{1}{1 + 0,2 \cdot \varphi_{ef}} = \frac{1}{1 + 0,2 \cdot 1,4} = 0,78$$

$$B = \sqrt{1 + 2\omega} = 1,1 \quad (\text{okänd})$$

$$C = 1,7 - r_m = 0,7 \quad (\text{okänd})$$

$$\lambda_{\min} = \frac{20 \cdot 0,78 \cdot 1,1 \cdot 0,7}{\sqrt{0,9}} = 12,7$$

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{l_0}{\frac{h}{\sqrt{12}}} = \frac{3,9}{\frac{0,35}{\sqrt{12}}} = 38,5$$

$$\lambda = 38,5 > \lambda_{\min} = 12,7$$

Andra ordningens effekt ska beaktas

Här provar vi med att gissa att andra ordningens effekter förstöras momentet med en faktor 1,5

$$M_{Ed} = 1,5 \cdot M_{0,Ed} = 1,5 \cdot 22 = 33 \text{ kNm}$$

Använd interaktionsdiagrammet.

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{2200 \cdot 10^3}{0,30 \cdot 0,35 \cdot 23,3 \cdot 10^6} = 0,9$$

$$m = \frac{M_{Ed}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{33 \cdot 10^3}{0,30 \cdot 0,35^2 \cdot 23,3 \cdot 10^6} = 0,04$$

$$\omega = \mathbf{0,025}$$

$$A_s = A'_s = \omega \cdot b \cdot h \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0,025 \cdot 0,30 \cdot 0,35 \cdot \frac{23,3 \cdot 10^6}{435 \cdot 10^6} = 141 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\text{Minimiarmering} = 0,002 \cdot 0,3 \cdot 0,35 = 210 \cdot 10^{-6}$$

$$\text{Välj } 2\phi 20 \text{ på varje sida } \Rightarrow (4\phi 20 = 1257 \cdot 10^{-6})$$



# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

## Kontrollera tvärsnitt

$$M_{Ed} = \left[ 1 + \frac{\beta}{\frac{N_B}{N_{Ed}} - 1} \right] M_{0.Ed}$$

$$N_B = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l_0^2}$$

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s$$

$$\rho = \frac{1257 \cdot 10^{-6}}{0,30 \cdot 0,35} = 0,012 > 0,002$$

För  $\rho \geq 0,002$  får följande faktorer användas

$$K_s = 1$$

$$k_c = \frac{k_1 \cdot k_2}{(1 + \varphi_{ef})}$$

$$k_1 = \sqrt{\frac{f_{ck}(\text{MPa})}{20}} = \sqrt{\frac{35(\text{MPa})}{20}} = 1,32$$

$$k_2 = n \frac{\lambda}{170} = 0,9 \cdot \frac{38,5}{170} = 0,20 \text{ ok!}$$

$$k_c = \frac{1,32 \cdot 0,2}{(1 + 1,4)} = 0,11$$

$$I = I_0 + A \cdot a^2$$

$$a_{\text{betong}} = \left( d - \frac{h_{\text{betong}}}{2} \right)$$

$$EI = 0,11 \cdot 28,3 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,30 \cdot 0,35^3}{12} + 1 \cdot 200 \cdot 10^9 \cdot 1257 \cdot 10^{-6} \cdot \left( 0,316 - \frac{0,35}{2} \right)^2 = 8,3 \text{ MNm}^2$$

$$N_B = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l_0^2} = \frac{\pi^2 \cdot 8,3}{3,9^2} = 5,4 \text{ MN}$$

$$M_{Ed} = \left[ 1 + \frac{\beta}{\frac{N_B}{N_{Ed}} - 1} \right] M_{0.Ed} = \left[ 1 + \frac{1}{\frac{5,4}{2,2} - 1} \right] \cdot 22 = 1,69 \cdot 22 = 37,2 \text{ kNm}$$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

Enligt interaktionsdiagrammet

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{2200 \cdot 10^3}{0,30 \cdot 0,35 \cdot 23,3 \cdot 10^6} = 0,9$$

$$m = \frac{M_{Ed}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{37,2 \cdot 10^3}{0,30 \cdot 0,35^2 \cdot 23,3 \cdot 10^6} = 0,043$$

**$\omega = 0,025$**

$$A_s = A'_s = \omega \cdot b \cdot h \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0,025 \cdot 0,30 \cdot 0,35 \cdot \frac{23,3 \cdot 10^6}{435 \cdot 10^6} = 141 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\text{Minimiarmering} = 0,002 \cdot 0,3 \cdot 0,35 = 210 \cdot 10^{-6}$$

Välj 2 $\phi$  20 på varje sida => (4 $\phi$  20 = 1257 · 10<sup>-6</sup>)

**Svar:** 2 + 2 $\phi$ 20

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

## ÖVNING 55

### LÖSNING

#### Dimensionerande materialegenskaper

##### Betong C30/37

$$f_{cd} = 20 \text{ MPa}$$

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_c} = \frac{33}{1,2} = 27,5 \text{ GPa}$$

##### Armering

$$f_{yd} = 435 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{yd} = 2,17 \cdot 10^{-3}$$

$$l_o = 2l = 2 \cdot 6 = 12 \text{ m}$$

#### Skall Andra ordningens moment beaktas?

$$\lambda \leq \lambda_{\min}$$

$$\lambda_{\min} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n}}$$

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{950 \cdot 10^3}{0,45 \cdot 0,45 \cdot 20 \cdot 10^6} = 0,235$$

$$A = \frac{1}{1 + 0,2 \cdot \varphi_{ef}} = \frac{1}{1 + 0,2 \cdot 2,6} = 0,66$$

$$B = \sqrt{1 + 2\omega} = 1,1 \quad (\text{okänd})$$

$$C = 1,7 - r_m = 0,7 \quad (\text{okänd})$$

$$\lambda_{\min} = \frac{20 \cdot 0,66 \cdot 1,1 \cdot 0,7}{\sqrt{0,235}} = 21$$

$$\lambda = \frac{l_o}{i} = \frac{l_o}{\frac{h}{\sqrt{12}}} = \frac{12}{\frac{0,45}{\sqrt{12}}} = 92,38$$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

$$\lambda = 92,38 > \lambda_{\min} = 21$$

Andra ordningens effekt ska beaktas

$$M_{O,Ed} = M_{Ed} + N_{Ed} \cdot (e_i + e)$$

Initiallutning

$$e_i = \frac{l_0}{400} = \frac{12000}{400} = 30 \text{ mm}$$

$$M_{O,Ed} = 950(0,03 + e) = (28,5 + 950e) \text{ kNm}$$

**Andra ordningens moment**

$$N_B = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l_0^2}$$

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s$$

$$\rho = \frac{2 \cdot 3 \cdot 314 \cdot 10^{-6}}{0,45 \cdot 0,45} = 0,093 > 0,002$$

**För  $\rho \geq 0,002$  får följande faktorer användas**

$$K_s = 1$$

$$k_c = \frac{k_1 \cdot k_2}{(1 + \varphi_{ef})}$$

$$k_1 = \sqrt{\frac{f_{ck}(\text{MPa})}{20}} = \sqrt{\frac{30(\text{MPa})}{20}} = 1,23$$

$$k_2 = n \frac{\lambda}{170} = 0,235 \cdot \frac{92,38}{170} = 0,128 \leq 0,2 \text{ ok}$$

$$k_c = \frac{1,23 \cdot 0,128}{(1 + 2,6)} = 0,044$$

$$I = I_0 + A \cdot a^2$$

$$a_{\text{betong}} = \left( d - \frac{h_{\text{betong}}}{2} \right)$$

## Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

$$EI = 0,044 \cdot 27,5 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,45 \cdot 0,45^3}{12} + 1 \cdot 200 \cdot 10^9 \cdot 6 \cdot 314 \cdot 10^{-6} \cdot \left(0,4 - \frac{0,45}{2}\right)^2$$
$$= 15,67 \text{ MNm}^2$$

$$N_B = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l_0^2} = \frac{\pi^2 \cdot 15,67}{12^2} = 1,07 \text{ MN}$$

$$\beta = \frac{\pi^2}{c_0} = \frac{\pi^2}{8} = 1,23$$

$$M_{Ed} = \left[ 1 + \frac{\beta}{\frac{N_B}{N_{Ed}} - 1} \right] M_{0.Ed} = \left[ 1 + \frac{1,23}{\frac{1,07}{0,95} - 1} \right] \cdot (28,5 + 950e)$$

$$M_{Ed} = 10,74 \cdot (28,5 + 950e) = 306,1 + 10203e \text{ kNm}$$

### Momentkapacitet $M_{Rd}$

Antag att all armering flyter

$$F_c + F'_s = F_s + N_{Ed}; \text{ men } F'_s = F_s$$

$$F_c = N_{Ed}$$

$$f_{cd} \cdot b \cdot 0,8x = N_{Ed}$$

$$x = \frac{N_{Ed}}{f_{cd} \cdot 0,8 \cdot b} = \frac{950 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 20 \cdot 10^6 \cdot 0,45} \approx 0,132 \text{ m}$$

### Kontroll av $\epsilon_s$ och $\epsilon'_s$ :

$$\epsilon_s = \frac{d-x}{x} \epsilon_{cu} = \frac{0,40 - 0,132}{0,132} \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} = 7,11 \cdot 10^{-3} > \epsilon_{syd} = 2,17 \text{ ok!}$$

$$\epsilon'_s = \frac{x-d'}{x} \epsilon_{cu} = \frac{0,132 - 0,05}{0,132} \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} = 2,17 \cdot 10^{-3} \geq \epsilon_{syd} = 2,17 \text{ ok!}$$

$$M_{Rd} = f_{cd} \cdot b \cdot 0,8x(d - 0,4x) + f_{yd} \cdot A'_s (d - d') - N_{Ed}(d - h/2)$$

$$M_{Rd} = 20 \cdot 10^6 \cdot 0,45 \cdot 0,8 \cdot 0,132(0,4 - 0,4 \cdot 0,132) + 435 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 314$$
$$\cdot 10^{-6} (0,4 - 0,05) - 950 \cdot 10^3 \left(0,4 - \frac{0,45}{2}\right) = 307,15 \text{ kNm}$$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

## Dimensioneringsvillkor

$$M_{Rd} \geq M_{Ed}$$

$$307,15 = 306,1 + 10203e$$

$$e = 1,027 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

**Svar:** Största tillåtna lastexcentriteten (inkluderar ev. oavsiktlig excentricitet)  $e = 0,1 \text{ mm}$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

## ÖVNING 56

### LÖSNING

#### Dimensionerande materialegenskaper

##### Betong C25/30

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{1,5} = 16,7 \text{ MPa}$$

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{cE}} = \frac{31}{1,2} = 25,8 \text{ GPa}$$

##### Armering

$$f_{yd} = \frac{f_k}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435 \cdot 10^6}{200 \cdot 10^9} = 2,17 \cdot 10^{-3}$$

$$\varphi_{ef} = 1,8$$

##### Imperfektionen för pelare

$$l_0 = l = 6 \text{ m}$$

$$e_i = \frac{l_0}{400} = \frac{6000}{400} = 15 \text{ mm}$$

##### Kontroll av om andras ordningens effekter ska beaktas

$$\lambda \leq \lambda_{\min}$$

med slankhetstalet vi tidigare definierade som

$$\lambda = \frac{l_0}{i}$$

och

$$\lambda_{\min} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n}}$$

## Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{650 \cdot 10^3}{0,3 \cdot 0,5 \cdot 16,7 \cdot 10^6} = 0,26$$

$$A = \frac{1}{1 + 0,2 \cdot \varphi_{ef}} = \frac{1}{1 + 0,2 \cdot 1,8} = 0,74$$

$$B = \sqrt{1 + 2\omega} = 1,1 \quad (\text{okänd})$$

$$C = 1,7 - r_m = 0,7 \quad (\text{okänd})$$

$$\lambda_{\min} = \frac{20 \cdot 0,74 \cdot 1,1 \cdot 0,7}{\sqrt{0,26}} = 22,35$$

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{l_0}{\frac{h}{\sqrt{12}}} = \frac{6}{\frac{0,35}{\sqrt{12}}} = 59,4$$

$$\lambda = 59,4 > \lambda_{\min} = 22,35$$

Andra ordningens effekt ska beaktas

$$M_{0,Ed} = M_{Ed} + N_{Ed} \cdot e_i$$

$$M_{0,Ed} = \frac{P_{Ed} \cdot ab}{l} + N_{Ed} \cdot e_i = \frac{P_{Ed} \cdot 1,5 \cdot 4,5}{6} + 650 \cdot 0,015 \\ = (1,125P_{Ed} + 9,75) \text{ kNm}$$

**Andra ordningens moment**

$$N_B = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l_0^2}$$

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s$$

$$\rho = \frac{2 \cdot 3 \cdot 201 \cdot 10^{-6}}{0,3 \cdot 0,5} = 0,008 > 0,002$$

**För  $\rho \geq 0,002$  får följande faktorer användas**

$$K_s = 1$$

$$k_c = \frac{k_1 \cdot k_2}{(1 + \varphi_{ef})}$$



## Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

$$k_1 = \sqrt{\frac{f_{ck}(\text{MPa})}{20}} = \sqrt{\frac{25(\text{MPa})}{20}} = 1,11$$

$$k_2 = n \frac{\lambda}{170} = 0,26 \cdot \frac{59,4}{170} = 0,09 \leq 0,2 \quad \text{ok}$$

$$k_c = \frac{1,11 \cdot 0,09}{(1 + 1,8)} = 0,036$$

$$I = I_0 + A \cdot a^2$$

$$a_{\text{betong}} = \left( d - \frac{h_{\text{betong}}}{2} \right)$$

$$EI = 0,036 \cdot 25,8 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,3 \cdot 0,5^3}{12} + 1 \cdot 200 \cdot 10^9 \cdot 6 \cdot 201 \cdot 10^{-6} \left( 0,455 - \frac{0,5}{2} \right)^2 \\ = 13,04 \text{ MNm}^2$$

$$N_B = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l_0^2} = \frac{\pi^2 \cdot 13,04}{6^2} = 3,58 \text{ MN}$$

$$M_{Ed} = \left[ 1 + \frac{\beta}{\frac{N_B}{N_{Ed}} - 1} \right] M_{0,Ed} = \left[ 1 + \frac{1}{\frac{3,58}{0,65} - 1} \right] (3,125q_{Ed} + 72,5)$$

$$M_{Ed} = 1,22 \cdot (1,125P_{Ed} + 9,75) = (1,37P_{Ed} + 11,9) \text{ kNm}$$

### Momentkapacitet $M_{Rd}$

Antag att all armering flyter

$$x = \frac{N_{Ed}}{0,8 \cdot f_{cd} \cdot b} = \frac{650 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 16,7 \cdot 10^6 \cdot 0,3} \approx 0,16 \text{ m}$$

Kontroll av  $\varepsilon_s$  och  $\varepsilon'_s$ :

$$\varepsilon_s = \frac{d - x}{x} \varepsilon_{cu} = \frac{0,455 - 0,16}{0,16} \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} = 6,45 \cdot 10^{-3} > \varepsilon_{syd} = 2,17 \quad \text{ok!}$$

$$\varepsilon'_s = \frac{x - d'}{x} \varepsilon_{cu} = \frac{0,16 - 0,045}{0,16} \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} = 2,52 \cdot 10^{-3} > \varepsilon_{syd} = 2,17 \quad \text{ok!}$$

$$M_{Rd} = f_{cd} \cdot b \cdot 0,8x(d - 0,4x) + f_{yd} \cdot A'_s (d - d') - N_{Ed}(d - h/2)$$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

$$M_{Rd} = 16,7 \cdot 10^6 \cdot 0,3 \cdot 0,8 \cdot 0,16(0,455 - 0,4 \cdot 0,16) + 435 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 201 \\ \cdot 10^{-6} (0,455 - 0,045) - 650 \cdot 10^3 \left(0,455 - \frac{0,5}{2}\right) = 225 \text{ kNm}$$

## Dimensioneringsvillkor

$$M_{Rd} \geq M_{Ed}$$

$$225 = 1,37P_{Ed} + 11,9$$

*Svar:* 155,5 kN

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

## ÖVNING 57

### LÖSNING

#### Dimensionerande materialegenskaper

Betong C35/45

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{20}{1,5} = 13,3 \text{ MPa}$$

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{cE}} = \frac{34}{1,2} = 28,3 \text{ GPa}$$

Armering

$$f_{yd} = \frac{f_k}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435 \cdot 10^6}{200 \cdot 10^9} = 2,17 \cdot 10^{-3}$$

$$\varphi_{ef} = 1,4$$

#### Imperfektionen för pelare

$$l_0 = l = 5 \text{ m}$$

$$e_i = \frac{l_0}{400} = \frac{5000}{400} = 12,5 \text{ mm}$$

#### Kontroll av om andras ordningens effekter ska beaktas

$$\lambda \leq \lambda_{\min}$$

med slankhetstalet vi tidigare definierade som

$$\lambda = \frac{l_0}{i}$$

$$\lambda_{\min} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n}}$$

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{580 \cdot 10^3}{0,35 \cdot 0,35 \cdot 13,3 \cdot 10^6} = 0,356$$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

$$A = \frac{1}{1 + 0,2 \cdot \varphi_{ef}} = \frac{1}{1 + 0,2 \cdot 1,4} = 0,78$$

$$B = \sqrt{1 + 2\omega} = 1,1 \quad (\text{okänd})$$

$$C = 1,7 - r_m = 0,7 \quad (\text{okänd})$$

$$\lambda_{\min} = \frac{20 \cdot 0,78 \cdot 1,1 \cdot 0,7}{\sqrt{0,356}} = 20,13$$

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{l_0}{\frac{h}{\sqrt{12}}} = \frac{5}{\frac{0,35}{\sqrt{12}}} = 49,5$$

$$\lambda = 49,5 > \lambda_{\min} = 20,13$$

Andra ordningens effekt ska beaktas

$$M_{0,Ed} = M_{Ed} + N_{Ed} \cdot e_i$$

$$M_{0,Ed} = \frac{q_{Ed} l^2}{8} + N_{Ed} \cdot e_i = \frac{q_{Ed} \cdot 5^2}{8} + 580 \cdot 0,0125 = (3,125q_{Ed} + 72,5) \text{ kNm}$$

**Andra ordningens moment**

$$N_B = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l_0^2}$$

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s$$

$$\rho = \frac{2 \cdot 2 \cdot 314 \cdot 10^{-6}}{0,35 \cdot 0,35} = 0,0103 > 0,01$$

**För  $\rho \geq 0,01$  får följande faktorer användas**

$$K_s = 0$$

$$k_c = \frac{0,3}{(1 + 0,5\varphi_{ef})} = \frac{0,3}{(1 + 0,5 \cdot 1,4)} = 0,177$$

$$EI = 0,177 \cdot 28,3 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,35 \cdot 0,35^3}{12} = 6,26 \text{ MNm}^2$$

$$N_B = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l_0^2} = \frac{\pi^2 \cdot 6,26}{5^2} = 2,47 \text{ MN}$$

$$M_{Ed} = \left[ 1 + \frac{\beta}{\frac{N_B}{N_{Ed}} - 1} \right] M_{0,Ed} = \left[ 1 + \frac{1}{\frac{2,47}{0,58} - 1} \right] (3,125q_{Ed} + 72,5)$$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

$$M_{Ed} = 1,31 \cdot (3,125q_{Ed} + 72,5) = (4,1q_{Ed} + 95)\text{kNm}$$

## Momentkapacitet $M_{Rd}$

Antag att all armering flyter

$$F_c + F'_s = F_s + N_{Ed}; \text{ men } F'_s = F_s$$

$$F_c = N_{Ed}$$

$$f_{cd} \cdot b \cdot 0,8x = N_{Ed}$$

$$x = \frac{N_{Ed}}{0,8 \cdot f_{cd} \cdot b} = \frac{580 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 13,3 \cdot 10^6 \cdot 0,35} \approx 0,16 \text{ m}$$

## Kontroll av $\epsilon_s$ och $\epsilon'_s$ :

$$\epsilon_s = \frac{d-x}{x} \epsilon_{cu} = \frac{0,30 - 0,16}{0,16} \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} = 3,06 \cdot 10^{-3} > \epsilon_{syd} = 2,17 \text{ ok!}$$

$$\epsilon'_s = \frac{x-d'}{x} \epsilon_{cu} = \frac{0,16 - 0,05}{0,16} \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} = 2,4 \cdot 10^{-3} > \epsilon_{syd} = 2,17 \text{ ok!}$$

$$M_{Rd} = f_{cd} \cdot b \cdot 0,8x(d - 0,4x) + f_{yd} \cdot A'_s (d - d') - N_{Ed}(d - h/2)$$

$$M_{Rd} = 13,3 \cdot 10^6 \cdot 0,35 \cdot 0,8 \cdot 0,16(0,30 - 0,4 \cdot 0,16) + 435 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 314 \cdot 10^{-6} (0,30 - 0,05) - 580 \cdot 10^3 \left(0,30 - \frac{0,35}{2}\right) = 136,4 \text{ kNm}$$

## Dimensioneringsvillkor

$$M_{Rd} \geq M_{Ed}$$

$$136,4 = 4,1q_{Ed} + 95$$

$$q_{Ed} = 10,1 \text{ kN/m}$$

**Svar:** 10,1 kN/m

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

## Brukgränstillstånd

### ÖVNING 58

#### LÖSNING

##### Material egenskaper

Betong C25/30

$$f_{ctm}=2,6 \text{ Mpa}$$

$$E_c=31 \text{ Gpa}$$

Armering

$$E_s=200\text{Gpa}$$

##### Bestäm böjstyvheten i osprucket stadium I (EI)<sub>I</sub>

Kvasi-permanent lastkombination

$$(EI)_I = E_{c,eff} \frac{bh^3}{12} = 8,88 \cdot 10^9 \frac{0,30 \cdot 0,50^3}{12} = 27,7 \text{ MNm}^2$$

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)} = \frac{31}{1 + 2,5} = 8,88 \text{ GPa}$$

##### Bestäm böjstyvheten i sprucket stadium II (EI)<sub>II</sub>

Kvasi-permanent lastkombination

Läget på neutrallagret ges av

$$(EI)_{II} = 0,5 \cdot b \cdot d^3 \cdot \xi^2 \cdot E_{c,eff} \left(1 - \frac{\xi}{3}\right)$$

$$\xi = \alpha_e \cdot \rho \left( \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e \cdot \rho}} - 1 \right)$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{c,eff}} = \frac{200}{8,88} = 22,5$$

$$\text{Armeringsandelen}(\rho) = \frac{A_s}{A_c} = \frac{A_s}{bd} = \frac{4 \cdot 201 \cdot 10^{-6}}{0,300 \cdot 0,465} = 0,0058 < 0,02 \text{ ok!}$$

$$\xi = \alpha_e \cdot \rho \left( \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e \cdot \rho}} - 1 \right) = 22,5 \cdot 0,0058 \left( \sqrt{1 + \frac{2}{22,5 \cdot 0,0058}} - 1 \right) = 0,401$$

$$(EI)_{II} = 0,5 \cdot 0,30 \cdot 0,465^3 \cdot 0,401^2 \cdot 8,88 \cdot 10^9 \cdot \left(1 - \frac{0,401}{3}\right) = 18,7 \text{ MNm}^2$$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

## Nedböjning för fritt upplagd balk

$$v_{\text{mitt}} = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot EI}$$

Vi kontrollera om balken dimensionerad klarar i brukgränsdimensioneringen.

## Bestäm nedböjningen för båda lasterna med hjälp av

$$\xi = 1 - \beta \left( \frac{M_{\text{cr}}}{M} \right)^2 =$$

$$y_{\text{tot}} = \xi v_{\text{II}} + (1 - \xi) v_{\text{I}}$$

## Kvasi-permanent lastkombination

$$y_{\text{I}} = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot (EI)_{\text{I}}} = \frac{5 \cdot 29 \cdot 10^3 \cdot 5,4^4}{384 \cdot 27,7 \cdot 10^6} = 11,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$y_{\text{II}} = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 (EI)_{\text{II}}} = \frac{5 \cdot 29 \cdot 10^3 \cdot 5,6^4}{384 \cdot 18,7 \cdot 10^6} = 19,9 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\xi = 1 - \beta \left( \frac{M_{\text{cr}}}{M} \right)^2$$

$$M_{\text{cr}} = \frac{f_{\text{ctm}} \cdot I_{\text{I}}}{z} = \frac{2,6 \cdot 10^6 \cdot \frac{0,30 \cdot 0,50^3}{12}}{\frac{0,50}{2}} = 32,5 \text{ kNm}$$

$\beta=0,5$  vid långtidslast

$$M_{\text{d,kv}} = \frac{q_{\text{Ed,kv}} \cdot l^2}{8} = \frac{29 \cdot 10^3 \cdot 5,4^2}{8} = 105,7 \text{ kNm}$$

$$\xi = 1 - 0,5 \left( \frac{32,5}{105,7} \right)^2 = 0,999$$

$$y_{\text{tot}} = 0,999 \cdot 19,9 \cdot 10^{-3} + (1 - 0,999) \cdot 11,6 \cdot 10^{-3} = 19,9$$

$$\text{Svar: } y_{\text{tot}} = 9,9 \text{ mm} < \frac{1}{250} = \frac{5400}{250} = 21,6 \text{ mm}$$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

## ÖVNING 59

### LÖSNING

#### Material egenskaper

Betong C25/30

$f_{ctm}=2,6$  Mpa

$E_c=31$  Gpa

Armering

$E_s=200$ Gpa

#### Bestämning av maximalt tillåtna utbredd last i osprucket stadium I

$$(EI)_I = E_{c,eff} \frac{bh^3}{12} = 7,75 \cdot 10^9 \frac{0,25 \cdot 0,45^3}{12} = 14,7 \text{ MNm}^2$$

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi_{(\infty, t_0)}} = \frac{31}{1 + 3} = 7,75 \text{ Gpa}$$

#### Nedböjning för fritt upplagd balk

$$y_{max} \leq L/500$$

$$y_{mitt}^I = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot EI_I} \leq 8/500$$

$$q_d^I = \frac{8 \cdot 384 \cdot 14,7 \cdot 10^6}{5 \cdot 8^4 \cdot 500} = 4,41 \text{ kN/m}$$

#### Bestämning av maximalt tillåtna utbredd last i sprucket stadiumII

$$(EI)_{II} = 0,5 \cdot b \cdot d^3 \cdot \xi^2 \cdot E_{c,eff} \left(1 - \frac{\xi}{3}\right)$$

$$\xi = \alpha_e \cdot \rho \left( \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e \cdot \rho}} - 1 \right)$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{c,eff}} = \frac{200}{7,75} = 25,8$$



## Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

$$\text{Armeringsandelen}(\rho) = \frac{A_s}{A_c} = \frac{A_s}{bd} = \frac{4 \cdot 201 \cdot 10^{-6}}{0,25 \cdot 0,415} = 0,0078 < 0,02 \text{ ok!}$$

$$\xi = \alpha_e \cdot \rho \left( \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e \cdot \rho}} - 1 \right) = 25,8 \cdot 0,0078 \left( \sqrt{1 + \frac{2}{25,8 \cdot 0,0078}} - 1 \right) = 0,464$$

$$(EI)_{II} = 0,5 \cdot 0,25 \cdot 0,415^3 \cdot 0,464^2 \cdot 7,75 \cdot 10^9 \cdot \left( 1 - \frac{0,464}{3} \right) = 12,6 \text{ MNm}^2$$

### Nedböjning för fritt upplagd balk

$$y_{max} \leq L/500$$

$$y_{mitt}^{II} = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot EI_{II}} \leq 8/500$$

$$q_d^{II} = \frac{8 \cdot 384 \cdot 12,6 \cdot 10^6}{5 \cdot 8^4 \cdot 500} = 3,78 \text{ kN/m}$$

Svar: a)  $q_d^I = 4,41 \text{ kN/m}$       b)  $q_d^{II} = 3,78 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

## ÖVNING 60

### LÖSNING

#### Dimensionerande materialegenskaper i brukgränstillstånd

Betong C20/25

$$E_{cm} = 30 \text{ GPa}$$

$$f_{ctm} = 2,2 \text{ MPa}$$

Armering

$$E_s = 200 \text{ GPa}$$

$$\alpha_e(\text{korttidslast}) = \frac{E_s}{E_{cm}} = \frac{200}{30} = 6,66$$

Tyngdpunktsavståndet från underarmeringslagret blir

$$c_1 = 45 \text{ mm}$$

$$c_2 = 45 + 45 = 90 \text{ mm}$$

$$c_{tp} = \frac{4 \cdot 45 + 2 \cdot 90}{6} = 60 \text{ mm}$$

Effektiva höjden blir

$$d = h - c_{tp} = 600 - 60 = 540 \text{ mm}$$

#### Bestäm böjstyvheten i osprucket stadium I $(EI)_I$

$$(EI)_I = E_{cm} \frac{bh^3}{12} = 30 \cdot 10^9 \frac{0,35 \cdot 0,60^3}{12} = 189 \text{ MNm}^2$$

#### Bestäm böjstyvheten i sprucket stadium II $(EI)_{II}$

Läget på neutrallagret ges av

$$(EI)_{II} = 0,5 \cdot b \cdot d^3 \cdot \xi^2 \cdot E_{cm} \left(1 - \frac{\xi}{3}\right)$$

$$\xi = \alpha_e \cdot \rho \left( \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e \cdot \rho}} - 1 \right)$$

## Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} = \frac{200}{30} = 6,66$$

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} = \frac{A_s}{bd} = \frac{4 \cdot 491 \cdot 10^{-6}}{0,35 \cdot 0,54} = 0,01 < 0,02 \text{ ok!}$$

$$\xi = \alpha_e \cdot \rho \left( \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e \cdot \rho}} - 1 \right) = 6,66 \cdot 0,01 \left( \sqrt{1 + \frac{2}{6,66 \cdot 0,01}} - 1 \right) = 0,3$$

$$(EI)_{II} = 0,5 \cdot 0,35 \cdot 0,54^3 \cdot 0,3^2 \cdot 30 \cdot 10^9 \cdot \left( 1 - \frac{0,3}{3} \right) = 66,7 \text{ MNm}^2$$

Bestäm nedböjningen för båda lasterna med hjälp av

$$y_{tot} = \zeta y_{II} + (1 - \zeta) y_I$$

$$\zeta = 1 - \beta \left( \frac{M_{cr}}{M} \right)^2$$

$$M = P_d \cdot L = 120 \cdot 4,2 = 504 \text{ kNm}$$

$$M_{cr} = \frac{f_{ctm} \cdot I_I}{x_{tp}}$$

$$x_{tp} = \frac{bh \cdot \frac{h}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s \cdot d}{bh + (\alpha_e - 1) \cdot A_s}$$

$$x_{tp} = \frac{0,35 \cdot 0,6 \cdot \frac{0,6}{2} + (6,66 - 1) \cdot 4 \cdot 491 \cdot 10^{-6} \cdot 0,54}{0,35 \cdot 0,6 + (6,66 - 1) \cdot 4 \cdot 491 \cdot 10^{-6}} = 0,312 \text{ m}$$

Ideella tröghetsmomentet  $I_I$  blir då:

$$I_I = \frac{b \cdot h^3}{12} + bh \left( x_{tp} - \frac{h}{2} \right)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A_s (d - x_{tp})^2$$

$$I_I = \frac{0,35 \cdot 0,6^3}{12} + 0,35 \cdot 0,6 \left( 0,312 - \frac{0,6}{2} \right)^2 + (6,66 - 1) \cdot 4 \cdot 491 \cdot 10^{-6} (0,54 - 0,312)^2 = 6,9 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$M_{cr} = \frac{f_{ctm} \cdot I_I}{x_{tp}} = \frac{2,2 \cdot 10^6 \cdot 6,9 \cdot 10^{-3}}{0,312} = 48,65 \text{ kNm}$$

$\beta = 1$  vid korttidslast

## Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

$$\zeta = 1 - 1,0 \cdot \left( \frac{48,65}{504} \right)^2 = 0,99$$

$$y_{II} = \frac{P_d l^3}{3(EI)_{II}} = \frac{0,12 \cdot 4,2^3}{3 \cdot 66,7} = 44,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$y_I = \frac{P_d l^3}{3(EI)_I} = \frac{0,12 \cdot 4,2^3}{3 \cdot 189} = 15,68 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\begin{aligned} y_{tot} &= \zeta y_{II} + (1 - \zeta) y_I = 0,99 \cdot 44,4 \cdot 10^{-3} + (1 - 0,99) \cdot 15,68 \cdot 10^{-3} \\ &= 44,1 \text{ mm} \end{aligned}$$

**Svar:**  $y_{tot} = 44,1$  ,  $y_{\max} = \frac{4200}{250} = 16,8 \text{ mm}$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

## ÖVNING 61

### LÖSNING

#### Material egenskaper

##### Armering

$$A_s = 7\phi 16 = 1257 \text{ mm}^2$$

$$E_s = 200 \text{ GPa}$$

##### Betong

$$E_{cm} = 33 \text{ GPa}$$

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi_{(\infty, t_0)}} = \frac{33 \cdot 10^9}{1 + 2,3} = 10 \text{ GPa}$$

$$\alpha_e = \frac{200}{10} = 20$$

##### Täckande betongskikt

$$C = 40 \text{ mm}$$

$$c_1 = 40 + \frac{16}{2} = 48 \text{ mm}$$

$$c_2 = 40 + 16 + 37 + 16/2 = 101 \text{ mm}$$

$$c_{tp} = \frac{5 \cdot 48 + 2 \cdot 101}{7} = 63 \text{ mm}$$

$$d = h - c_{tp} = 600 - 63 = 537 \text{ mm}$$

##### Vid referenslinje

$$x_{tp} = \frac{\sum A_I \cdot z}{\sum A_I} = \frac{b \cdot h \cdot 0,5h + (\alpha_e - 1) \cdot A_s \cdot d}{bh + (\alpha_e - 1) \cdot A_s}$$

$$x_{tp} = \frac{350 \cdot 600 \cdot 300 + (20 - 1) \cdot 1407 \cdot 537}{350 \cdot 600 + (20 - 1) \cdot 1407} = 326 \text{ mm} \approx 0,33 \text{ m}$$

## Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

$$\begin{aligned} I_I &= \frac{b \cdot h^3}{12} + bh \left( x_{tp} - \frac{h}{2} \right)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A_s (d - x_{tp})^2 \\ &= \frac{0,35 \cdot 0,6^3}{12} + 0,35 \cdot 0,6 \cdot (0,33 - 0,3)^2 + 19 \cdot 1407 \cdot 10^{-6} \cdot (0,537 - 0,33)^2 \\ &= 0,0076 \text{ m}^4 \end{aligned}$$

### Momentet ger följande maxpåkänningar

Största betongtryckpåkänningen (i överkant)

$$\sigma_{c,\delta}(z) = \frac{M_{Ed}}{I_I} \cdot z = \frac{80 \cdot 10^3}{0,0076} \cdot (-0,33) = -3,47 \text{ MPa}$$

Största betongdragpåkänningen (i underkant)

$$\sigma_{c,u}(z) = \frac{M_{Ed}}{I_I} \cdot (h - x_{tp}) = \frac{80 \cdot 10^3}{0,0076} \cdot (0,600 - 0,33) = 2,84 \text{ MPa}$$

Största dragarmeringspåkänningen

$$\sigma_s = \alpha_e \cdot \frac{M}{I_I} \cdot (d - x_{tp}) = 20 \cdot \frac{80 \cdot 10^3}{0,0076} \cdot (0,537 - 0,33) = 43,6 \text{ MPa}$$

**Svar:**  $\sigma_{\delta}(z) = -3,47 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{c,u}(z) = 2,84 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_s = 43,6 \text{ MPa}$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

## Betongplattor

### ÖVNING 62

### LÖSNING

#### Dimensionerande lastvärde i brottgränstillståndet

$$\text{Egentyngden } G_k = 3,5 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Nyttig last hotell } Q_k = 3,0 \text{ kN/m}^2$$

$$\psi_0 = 0,7, \gamma = 1$$

Väggarnas tjocklek = 180 mm

Säkerhetsklass 3  $\rightarrow \gamma_d = 1,0$

$$q_{Ed} = 1,35\gamma_d G_k + 1,5\gamma_d \psi_{0,1} Q_{k,1} + 1,5\gamma_d \sum_{i>1} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

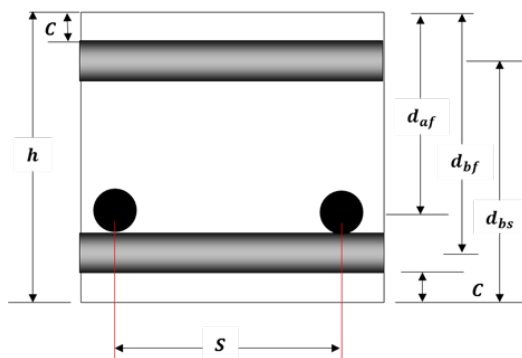
$$q_{Ed} = 1,35 \cdot 1 \cdot 3,5 + 1,5 \cdot 1 \cdot 0,7 \cdot 3,0 = 7,875 \text{ kN/m}^2$$

$$q_{Ed} = 0,89 \times 1,35\gamma_d G_k + 1,5\gamma_d Q_{k,1} + 1,5\gamma_d \sum_{i>1} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

$$q_{Ed} = 0,89 \cdot 1,35 \cdot 1 \cdot 3,5 + 1,5 \cdot 1 \cdot 3,0 = 8,71 \text{ kN/m}^2$$

Välj  $q_d = 8,71 \text{ kN/m}^2$

Effektiva höjderna vid stöd och fält är följande



$$d_{as} = d_{bs} = h - c - \frac{\emptyset 10}{2} = 180 - 20 - 5 = 155 \text{ mm}$$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

$$d_{af} = h - c - \emptyset 8 - \frac{\emptyset 8}{2} = 180 - 20 - 8 - 4 = 148 \text{ mm}$$

$$d_{bf} = h - c - \frac{\emptyset 8}{2} = 180 - 20 - 4 = 156 \text{ mm}$$

## Platta A

$$b = 6000 + 8000 - 180 - 180 = 13640 \text{ mm}$$

$$a = 7000 - 90 = 6910 \text{ mm}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{6910}{13640} = 0,5 < 2$$

$$qb^2 = 8,705 \cdot 13,64^2 \approx 1620 \text{ kNm/m}$$

## Armeringsmängd

Lösning som baseras på 0,9d som hävarm.

$$A_{s,as} = \frac{m_{as}}{0,9 \cdot d_{as} \cdot f_{yd}} = \frac{72,9}{0,9 \cdot 0,155 \cdot 435} = 1201 \text{ mm}^2/\text{m}$$

$$A_{s,af} = \frac{m_{af}}{0,9 \cdot d_{af} \cdot f_{yd}} = \frac{38,9}{0,9 \cdot 0,148 \cdot 435} = 671 \text{ mm}^2/\text{m}$$

$$A_{s,bf} = \frac{m_{bf}}{0,9 \cdot d_{bf} \cdot f_{yd}} = \frac{35,2}{0,9 \cdot 0,156 \cdot 435} = 576 \text{ mm}^2/\text{m}$$

## Platta B

$$b = 6000 - 180 - 90 = 5730 \text{ mm}$$

$$a = 11500 - 180 - 90 = 11230 \text{ mm}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{11230}{5730} = 1,96 < 2$$

$$qb^2 = 8,705 \cdot 5,73^2 \approx 286 \text{ kNm/m}$$

## Interpolering Elementfall 4 för 1,96

$$a_s = 470$$

$$a_f = 163 + (176 - 163) \left( \frac{1,96 - 1,9}{2 - 1,9} \right) = 168,2$$

$$b_s = 887 + (924 - 887) \cdot 0,6 = 909,2$$



## Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

$$b_f = 549 + (556 - 549) \cdot 0,6 = 553,2$$

### Armeringsmängd

Lösning som baseras på 0,9d som hävarm.

$$A_{s,as} = \frac{m_{as}}{0,9 \cdot d_{as} \cdot f_{yd}} = \frac{13,44}{0,9 \cdot 0,155 \cdot 435} = 222 \text{ mm}^2/\text{m}$$

$$A_{s,bs} = \frac{m_{bs}}{0,9 \cdot d_{bs} \cdot f_{yd}} = \frac{26}{0,9 \cdot 0,155 \cdot 435} = 429 \text{ mm}^2/\text{m}$$

$$A_{s,af} = \frac{m_{af}}{0,9 \cdot d_{af} \cdot f_{yd}} = \frac{4,8}{0,9 \cdot 0,148 \cdot 435} = 83 \text{ mm}^2/\text{m}$$

$$A_{s,bf} = \frac{m_{bf}}{0,9 \cdot d_{bf} \cdot f_{yd}} = \frac{15,8}{0,9 \cdot 0,156 \cdot 435} = 259 \text{ mm}^2/\text{m}$$

### Platta C

$$b = 5090 - 180 - 180 = 4730 \text{ mm}$$

$$a = 8000 - 180 - 90 = 7730 \text{ mm}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{7730}{4730} = 1,63 < 2$$

$$qb^2 = 8,705 \cdot 4,73^2 \approx 195 \text{ kNm}/\text{m}$$

### Interpolering Elementfall 4 för 1,63

$$a_s = 470$$

$$a_f = 216 + (203 - 216) \cdot \left(\frac{1,63 - 1,6}{1,7 - 1,6}\right) \approx 212$$

$$b_s = 770 + (812 - 770) \cdot 0,3 = 782,6$$

$$b_f = 510 + (525 - 510) \cdot 0,3 = 514,5$$

### Armeringsmängd

Lösning som baseras på 0,9d som hävarm.

$$A_{s,as} = \frac{m_{as}}{0,9 \cdot d_{as} \cdot f_{yd}} = \frac{9,17}{0,9 \cdot 0,155 \cdot 435} = 151 \text{ mm}^2/\text{m}$$

## Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

$$A_{s,bs} = \frac{m_{bs}}{0,9 \cdot d_{bs} \cdot f_{yd}} = \frac{15,3}{0,9 \cdot 0,155 \cdot 435} = 252 \text{ mm}^2/\text{m}$$

$$A_{s,af} = \frac{m_{af}}{0,9 \cdot d_{af} \cdot f_{yd}} = \frac{4,13}{0,9 \cdot 0,148 \cdot 435} = 71,3 \text{ mm}^2/\text{m}$$

$$A_{s,bf} = \frac{m_{bf}}{0,9 \cdot d_{bf} \cdot f_{yd}} = \frac{10}{0,9 \cdot 0,156 \cdot 435} = 164 \text{ mm}^2/\text{m}$$

### Platta D

$$b = 6500 - 90 - 90 = 6320 \text{ mm}$$

$$a = 8000 - 180 - 90 = 7730 \text{ mm}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{7730}{6320} = 1,22 < 2$$

$$qb^2 = 8,705 \cdot 6,32^2 \approx 348 \text{ kNm/m}$$

### Interpolering Elementfall 7 för 1,22

$$a_s = 293 - (293 - 290) \cdot \left( \frac{1,22 - 1,2}{1,3 - 1,2} \right) = 292,4$$

$$a_f = 148 - (148 - 134) \cdot 0,2 = 142,5$$

$$b_s = 484 + (520 - 484) \cdot 0,2 = 491,2$$

$$b_f = 309 + (325 - 309) \cdot 0,2 \approx 312,2$$

### Armeringsmängd

Lösning som baseras på 0,9d som hävarm.

$$A_{s,as} = \frac{m_{as}}{0,9 \cdot d_{as} \cdot f_{yd}} = \frac{10,8}{0,9 \cdot 0,155 \cdot 435} = 168 \text{ mm}^2/\text{m}$$

$$A_{s,bs} = \frac{m_{bs}}{0,9 \cdot d_{bs} \cdot f_{yd}} = \frac{17,1}{0,9 \cdot 0,155 \cdot 435} = 282 \text{ mm}^2/\text{m}$$

$$A_{s,af} = \frac{m_{af}}{0,9 \cdot d_{af} \cdot f_{yd}} = \frac{5,1}{0,9 \cdot 0,148 \cdot 435} = 88 \text{ mm}^2/\text{m}$$

$$A_{s,bf} = \frac{m_{bf}}{0,9 \cdot d_{bf} \cdot f_{yd}} = \frac{10,9}{0,9 \cdot 0,156 \cdot 435} = 178 \text{ mm}^2/\text{m}$$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

Platta a/b	Riktning	Moment- endex	Element- fall	$qb^2$ [kNm/m]	$\alpha$ $10^{-4}$	Delmoment $\alpha qb^2$ [kNm/m]	Armering	
							d m	$A_s$ $mm^2$ /m
A 0,5	a	s (A-B)	11	1620	450	72,9	155	1201
		f						
	b	f						
B 1,96	a	s (B-C,D)	4	286	470	13,44	155	222
		f						
	b	s (B-A)						
		f						
C 1,63	a	s (C-D)	4	195	470	9,17	155	151
		f						
	b	s (C-B)						
		f						
D 1,22	a	s (D-C)	7	348	292,4	10,18	155	168
		f						
	b	s (D-B)						
		f						

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

---

## ÖVNING 63

### Lastkombinationer

$$\text{Egentyngd } G_k = 2,1 + 0,18 \times 25 = 6,6 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Nyttig last } Q_k = 3,0 \text{ kN/m}^2$$

$$\Psi_0 = 0,7 \text{ Säkerhetsklass 3} \rightarrow \gamma_d = 1,0$$

$$q_{Ed} = 1,35 \cdot 1,0 \cdot 6,6 + 1,5 \cdot 1,0 \cdot 0,7 \cdot 3,0 = 12,06 \text{ kN/m}^2$$

eller

$$q_{Ed} = 0,89 \cdot 1,35 \cdot 1,0 \cdot 6,6 + 1,5 \cdot 1,0 \cdot 3,0 = 12,43 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Välj } q_{Ed} = 12,43 \text{ kN/m}^2$$

### Platta A (fyrständig upplagd platta)

$$a = 11000 \text{ mm}$$

$$b = 4500 \text{ mm}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{11}{4,5} = 2,44 > 2 \rightarrow \text{Långsträckt platta} \rightarrow \text{dela upp plattan i tre delplattor}$$

$$qb^2 = q_{Ed}b^2 = 12,43 \times 4,5^2 = 251,7 \text{ kNm/m}$$

### Platta B (tresidig upplagd platta)

$$a = 11150 \text{ mm}$$

$$b = 4500 \text{ mm}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{11,15}{4,5} = 2,47$$

$$qb^2 = q_{Ed}b^2 = 12,43 \cdot 4,5^2 = 251,7 \text{ kNm/m}$$

### Platta C (tresidig upplagd platta)

$$a = 5000 \text{ mm}$$

$$b = 4500 \text{ mm}$$

# Betongkonstruktion – Facit Övningstal del 2

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{4,5} \approx 1,1$$

$$qb^2 = q_{Ed}b^2 = 12,43 \cdot 4,5^2 = 251,7 \text{ kNm/m}$$

Platta a/b	Riktning	Moment-endex	Elementfall	$qb^2$ [kNm/m]	$\alpha$ $10^{-4}$	Delmoment $\alpha qb^2$ [kNm/m]
A(I') 2	a	f	2	251,7	163	4,1
	b	s (A-B)			1000	25,2
		f			669	16,8
A(II') $\infty$	b	s (A-B)	2	251,7	1250	31,5
		f			704	17,72
A(III') 2	a	f	2	251,7	163	4,1
	b	s (A-B)			1000	25,2
		f			669	16,8
B(I') 2	a	f	13	251,7	90	2,27
	b	s(B-A,B-C)			730	18,4
		f			398	10
B(II') $\infty$	b	s(B-A,B-C)	2	251,7	1250	31,5
		f			704	17,72
C 1,1	a	s (C-D,C-B)	15	251,7	307	7,7
		f			98	2,5
	b	s (C-E)			522	13,13
		f			290	7,3

