

10 Vågrörelse

Vågor

10.1 Elektromagnetiska vågor behöver inget medium att färdas i.

Svar: Falskt

10.2 Vågens hastighet, dess våglängd och frekvens hänger ihop som

$$v = \lambda f$$

vilket ger $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{5000} \text{ m} = 68 \text{ mm}$

Svar: 68 mm

10.3 Se Svar till övningar i boken.

Reflektion och brytning

10.4 a) Då ljus går från lägre till högre brytningsindex är brytningsvinkeln mindre än infallsvinkeln.

b) Totalreflektion kan fås om ljus försöker flöda från högre till lägre brytningsindex, t.ex. från glas till luft.

Svar: a) Falskt och b) sant

10.5 Snells brytningslag

$$n_1 \sin i = n_2 \sin b$$

vilket ger $i = \sin^{-1} \left(\frac{n_2}{n_1} \sin b \right)$

där $n_1 = 1,52$, $n_2 = 1,33$ och $b = 48^\circ$

vilket ger den sökta infallsvinkeln

$$i = \sin^{-1}\left(\frac{1,33}{1,52} \sin 48^\circ\right) = 40,56^\circ$$

Svar: 41°

10.6 Brytningsindex är definierat som

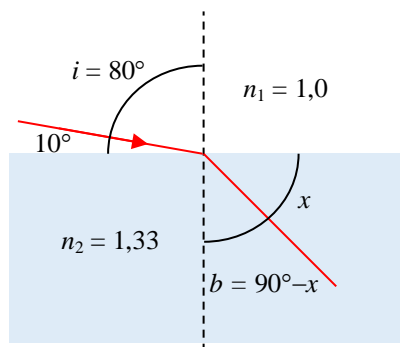
$$n = \frac{c}{v}$$

ur vilket hastigheten fås som

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,2} \text{ m/s} = 2,5 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Svar: $2,5 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

10.7



Brytningslagen

$$n_1 \sin i = n_2 \sin b$$

där $n_1 = 1,0$, $n_2 = 1,33$, $i = 80^\circ$ och $b = 90^\circ - x$

vilket ger $1,0 \sin 80^\circ = 1,33 \sin(90^\circ - x)$

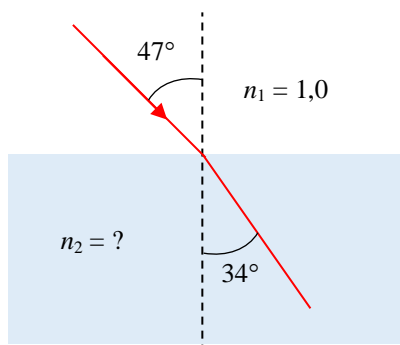
$$\text{eller} \quad 90^\circ - x = \sin^{-1}\left(\frac{1,0}{1,33} \sin 80^\circ\right)$$

vilket ger den sökta vinkeln

$$x = 90 - \sin^{-1}\left(\frac{1,0}{1,33} \sin 80^\circ\right) = 42,2^\circ$$

Svar: 42°

10.8 Först går ljuset från luft till is



Snells brytningslag

$$n_1 \sin i = n_2 \sin b$$

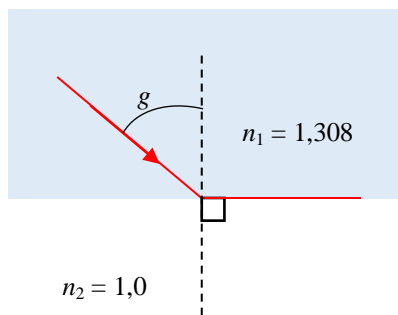
ger $n_2 = n_1 \frac{\sin i}{\sin b}$

där $n_1 = 1,0$, $i = 47^\circ$ och $b = 34^\circ$

vilket ger isens brytningsindex

$$n_2 = 1,0 \frac{\sin 47^\circ}{\sin 34^\circ} = 1,308$$

Gränsvinkel då ljus flödar från is till luft fås då brytningsvinkeln är 90° .



Snells brytningslag ger

$$n_1 \sin g = n_2 \sin 90^\circ = n_2$$

ger $g = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1,0}{1,308}\right) = 49,86^\circ$

Svar: 50°

Interferens

10.9 a) Det återfinns mindre energi där det är destruktiv interferens. Om det är destruktiv interferens någonstans finns det dock alltid konstruktiv interferens någon annanstans. Motsvarande mer energi återfinns där.

b) Interferensmaxima efter en dubbelspalt fås då

$$\sin \alpha_n = n \cdot \frac{\lambda}{d}$$

och vinkeln till det n :te sidomaxima fås som

$$\alpha_n = \sin^{-1}\left(n \cdot \frac{\lambda}{d}\right)$$

vilken ökar om avståndet mellan spalterna, d , minskar.

Svar: a) Falskt och b) sant

10.11 Skillnaden i väglängd fås som

$$\Delta L = PS_2 - PS_1 = 1,2 - 0,8 \text{ m} = 0,4 \text{ m}$$

Ljudets våglängd är

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{850} \text{ m} = 0,40 \text{ m}$$

Detta betyder att

$$\Delta L = \lambda$$

Ljudet har ett maximum om

$$\Delta L = n\lambda$$

och ett minimum om

$$\Delta L = \frac{\lambda}{2} + n\lambda$$

alltså har ljudet ett maximum i P .

Svar: Maximum

10.12 Konstruktiv interferens efter ett gitter fås då

$$\sin \alpha_n = n \cdot \frac{\lambda}{d}$$

vilket ger den sökta våglängden som

$$\lambda = \frac{d}{n} \sin \alpha_n$$

där $d = \frac{1}{4000 \cdot 10^2} \text{ m} = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

$$n = 2$$

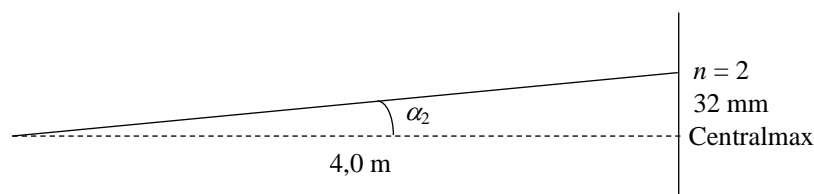
och $\alpha_n = 34^\circ$

Detta ger oss ljuset våglängd

$$\lambda = \frac{2,5 \cdot 10^{-6}}{2} \sin 34^\circ \text{ m} = 6,99 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Svar: 700 nm

10.13



Konstruktiv interferens efter en dubbelspalt fås då

$$\sin \alpha_n = n \cdot \frac{\lambda}{d}$$

vilket ger den sökta våglängden som

$$\lambda = \frac{d}{n} \sin \alpha_n$$

där $d = 0,15 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

$$n = 2$$

och $\alpha_n = \alpha_2 = \tan^{-1} \left(\frac{32 \cdot 10^{-3}}{4,0} \right) = 0,4583^\circ$

Detta ger våglängden som

$$\lambda = \frac{0,15 \cdot 10^{-3}}{2} \sin 0,4583^\circ \text{ m} = 6,00 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Svar: 600 nm

10.14 Ljudet har ett maximum om

$$\Delta L = n\lambda$$

ur vilket den sökta våglängden fås som

$$\lambda = \frac{\Delta L}{n}$$

där $\Delta L = PB - PA = \sqrt{2^2 + 7^2} - 7 \text{ m} = 0,280 \text{ m}$

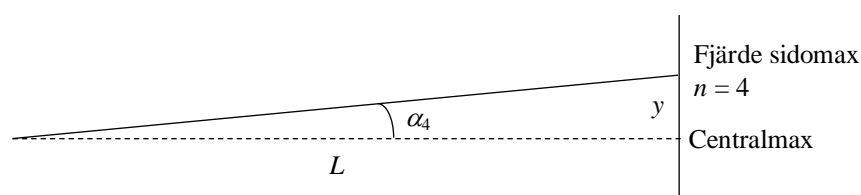
och $n = 1$ ger längst våglängd som ger konstruktiv interferens

Detta ger oss

$$\lambda = \frac{0,280}{1} \text{ m}$$

Svar: 0,3 m

10.15



Trigonometri ger

$$\tan \alpha_4 = \frac{y}{L}$$

vilket ger det sökta avståndet

$$y = L \tan \alpha_4$$

där $L = 4,5 \text{ m}$

och vinkeln α_4 behöver bestämmas.

Den fås från sambandet för maximum efter dubbelspalt.

$$\frac{n\lambda}{d} = \sin \alpha_n$$

där $n = 4$, $\lambda = 633 \text{ nm}$ och $d = 0,20 \text{ mm}$.

Ur detta fås den saknade vinkeln som

$$\alpha_4 = \sin^{-1}\left(\frac{4\lambda}{d}\right)$$

Nu fås det sökta avståndet

$$\begin{aligned} y &= L \tan \alpha_4 = L \tan\left(\sin^{-1}\left(\frac{4\lambda}{d}\right)\right) = \\ &= 4,5 \tan\left(\sin^{-1}\left(\frac{4 \cdot 633 \cdot 10^{-9}}{0,20 \cdot 10^{-3}}\right)\right) \text{ m} = 0,057 \text{ m} \end{aligned}$$

Svar: 5,7 cm

10.16 Maximum fås då

$$\Delta L = n\lambda = n\frac{v}{f}$$

vilket ger den sökta frekvensen som

$$f = n\frac{v}{\Delta L}$$

där $n = 1$ och 2 ger de lägsta frekvenserna, $v = 340$ m/s

och $\Delta L = 1,05$ m.

Detta ger de två lägsta frekvenserna som ger maximum som

$$f_1 = 1\frac{340}{1,05} \text{ Hz} = 323,8 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 2\frac{340}{1,05} \text{ Hz} = 647,6 \text{ Hz}$$

Svar: 324 Hz och 648 Hz

10.17 Vid ett maximum gäller i allmänhet

$$\Delta L = n\lambda = n\frac{v}{f}$$

Vid något maximum gäller

$$\Delta L = n\frac{v}{f_1} \quad (1)$$

och vid nästa

$$\Delta L = (n+1)\frac{v}{f_2} \quad (2)$$

(2) kan skrivas som

$$\Delta L = n\frac{v}{f_2} + \frac{v}{f_2}$$

där nv fås från (1) som

$$nv = \Delta L f_1$$

$$\text{vilket ger } \Delta L = \frac{\Delta L f_1}{f_2} + \frac{v}{f_2}$$

ur vilket den sökta hastigheten fås enligt

$$\frac{v}{f_2} = \Delta L - \frac{\Delta L f_1}{f_2} = \Delta L \left(1 - \frac{f_1}{f_2} \right)$$

$$v = \Delta L f_2 \left(1 - \frac{f_1}{f_2} \right) = \Delta L (f_2 - f_1)$$

där $\Delta L = \sqrt{(3,5^2 + 2,5^2)} - 2,5 \text{ m} = 1,801 \text{ m}$

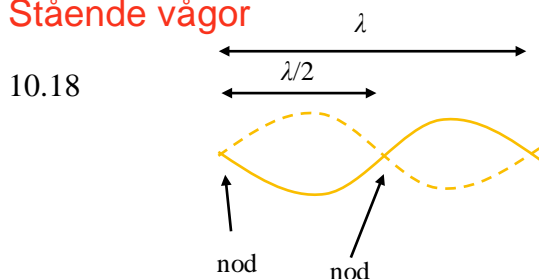
$f_2 = 145 \text{ Hz}$ och $f_1 = 128 \text{ Hz}$

vilket ger den sökta hastigheten som

$$v = 1,801(145 - 128) \text{ m/s} = 30,6 \text{ m/s}$$

Svar: 31 m/s

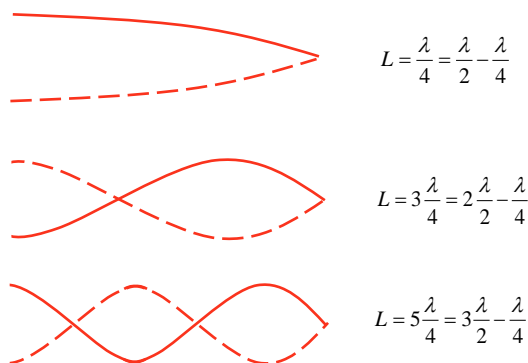
Stående vågor



Det är en halv våglängd mellan två noder i en stående våg.

Svar: Falskt

10.19



Sambandet som framträder kan skrivas som

$$L = n \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{4} \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

Svar: $L = n \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{4} \quad n = 1, 2, 3 \dots$

10.20 a) Det är en halv våglängd från en buk till nästa.

Våglängden är därmed $2 \cdot 20 \text{ cm} = 40 \text{ cm}$

b) Vågens fart ges av

$$v = \lambda f \text{ m/s}$$

där $\lambda = 0,40 \text{ m}$ (från a))

och $f = 2,0 \text{ Hz}$

vilket ger $v = \lambda f = 0,40 \cdot 2,0 \text{ m/s} = 0,80 \text{ m/s}$

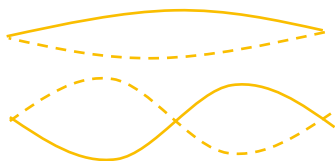
c) Inom strängens längd ryms det en och en halv våglängd.

Detta ger oss strängens längd som

$$L = 3 \frac{\lambda}{2} = 3 \frac{0,40}{2} \text{ m} = 0,60 \text{ m}$$

Svar: a) 0,40 m, b) 0,80 m/s och c) 0,60 m

10.21 Duschen kan betraktas som ett rör som är slutet i båda ändarna vilket innebär att ljudvågorna har noder vid väggarna. De stående vågorna med de två längsta våglängderna och därmed lägsta frekvenserna ser ut som



Det ger oss sambandet mellan avståndet mellan väggarna och våglängden som

$$L = n \frac{\lambda}{2} = n \frac{v}{2f}$$

ur vilket den sökta frekvensen fås som

$$f = n \frac{v}{2L}$$

Här är $n = 1$ resp. 2 , $v = 343 \text{ m/s}$ och $L = 1,30 \text{ m}$.

Detta ger de två lägsta frekvenserna enligt

$$f_1 = 1 \frac{343}{2 \cdot 1,30} \text{ m} = 131,9 \text{ Hz}$$

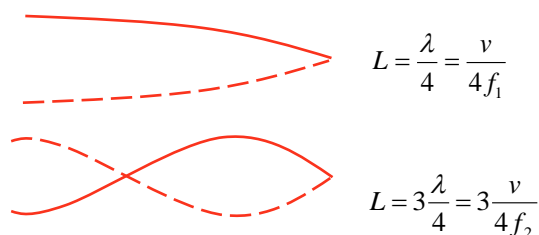
$$f_n = 2 \frac{343}{2 \cdot 1,30} \text{ m} = 263,8 \text{ Hz}$$

Svar: 132 Hz och 264 Hz

- 10.22 Stående vågor i ett rör som är slutet i ena änden och öppet i andra änden uppstår då

$$L = n \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{4}$$

De stående vågorna vid de två längsta våglängderna och därmed lägsta frekvenserna ser ut som



Detta ger oss de två sökta frekvenserna

$$f_1 = \frac{v}{4L} = \frac{350}{4 \cdot 0,66} \text{ Hz} = 132,6 \text{ Hz}$$

och $f_2 = 3 \frac{v}{4L} = 3 \frac{350}{4 \cdot 0,66} \text{ Hz} = 397,8 \text{ Hz}$

Svar: 133 Hz och 398 Hz

- 10.23 Först är frekvensen

$$f_1 = 570 \text{ Hz}$$

Sen är den f_2 och det är den vi ska bestämma.

Vi f_2 har vi

$$L = 3 \frac{\lambda}{4} = 3 \frac{v}{4f_2}$$

ur vilket den sökta frekvensen fås som

$$f_2 = 3 \frac{v}{4L}$$

där $\frac{v}{L}$ behövs.

Den saknade kvoten fås från den första frekvensen. Då gäller

$$L = \frac{\lambda}{4} = \frac{v}{4f_1}$$

eller
$$\frac{v}{L} = 4f_1$$

vilket ger den sökta frekvensen som

$$f_2 = 3 \frac{4f_1}{4} = 3f_1 = 3 \cdot 570 \text{ Hz} = 1710 \text{ Hz}$$

Svar: 1,7 kHz

Ljudstyrka och dopplereffekt

10.24 Uttrycket för ljudintensiteten fås från uttrycket för ljudnivån:

$$L = 10 \lg \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

$$\frac{L}{10} = \lg \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

$$I = I_0 10^{\frac{L}{10}}$$

Då ljudnivån är 30 dB är ljudintensiteten

$$I_{30} = 10^{-12} 10^{\frac{30}{10}} \text{ W/m}^2 = 10^{-9} \text{ W/m}^2$$

Då ljudnivån är 60 dB är ljudintensiteten

$$I_{60} = 10^{-12} 10^{\frac{60}{10}} \text{ W/m}^2 = 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

Om ljudnivån höjs från 30 dB till 60 dB

blir ljudintensiteten 1000 gånger större.

Svar: Falskt

10.25 Uttrycket för ljudintensiteten fås från uttrycket för ljudnivån:

$$L = 10 \lg \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

$$\frac{L}{10} = \lg \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

$$I = I_0 10^{\frac{L}{10}}$$

Då ljudnivån är 99 dB är ljudintensiteten

$$I_{99} = 10^{-12} 10^{\frac{99}{10}} \text{ W/m}^2 = 0,00794 \text{ W/m}^2$$

Svar: 7,9 mW/m²

10.26 Ljudintensiteten på avstånd r från en källa som sprider ljudet lika mycket i alla riktningar ges av

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

ur vilket den sökta effekten fås

$$P = 4\pi r^2 I$$

Den saknade ljudintensiteten fås från

$$L = 10 \lg \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

$$\frac{L}{10} = \lg \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

$$I = I_0 10^{\frac{L}{10}}$$

Den sökta effekten kan nu skrivas som

$$P = 4\pi r^2 I_0 10^{\frac{L}{10}}$$

där $r = 1,1$ m och $L = 85$ dB

vilket ger $P = 4\pi \cdot 1,1^2 \cdot 10^{-12} 10^{\frac{85}{10}} \text{ W} = 0,00481 \text{ W}$

Svar: 4,8 mW

10.27 Ljudtrycket ges av

$$p = \sqrt{ZI}$$

där $Z = 415 \text{ kg/m}^2\text{s}$ för luft och $I = 6,0 \text{ mW/m}^2$

Detta ger $p = \sqrt{415 \cdot 6,0 \cdot 10^{-3}} \text{ Pa} = 1,58 \text{ Pa}$

Ljudintensiteten fås som

$$I = \frac{p^2}{Z}$$

där $p = 1,58 \text{ Pa}$ och $Z = 1,5 \cdot 10^6 \text{ kg/m}^2\text{s}$ för vatten

Detta ger den sökta ljusintensiteten

$$I = \frac{1,58^2}{1,5 \cdot 10^6} \text{ W/m}^2 = 1,66 \cdot 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

Svar: $1,7 \mu \text{ W/m}^2$

10.28 Skillnaden i ljudnivå kan skrivas som

$$L_{\text{före}} - L_{\text{efter}} = 20 \text{ dB}$$

Denna skillnad kan också skrivas som

$$L_{\text{före}} - L_{\text{efter}} = 10 \lg \left(\frac{I_{\text{före}}}{I_0} \right) - 10 \lg \left(\frac{I_{\text{efter}}}{I_0} \right)$$

$$\text{Detta ger } 20 \text{ dB} = 10 \lg \left(\frac{I_{\text{före}}}{I_0} \right) - 10 \lg \left(\frac{I_{\text{efter}}}{I_0} \right)$$

$$2 = \lg(I_{\text{före}}) - \lg(I) - (\lg(I_{\text{efter}}) - \lg(I))$$

$$2 = \lg(I_{\text{före}}) - \lg(I_{\text{efter}})$$

$$2 = \lg \left(\frac{I_{\text{före}}}{I_{\text{efter}}} \right)$$

$$10^2 = \frac{I_{\text{före}}}{I_{\text{efter}}}$$

$$I_{\text{efter}} = \frac{I_{\text{före}}}{10^2}$$

Ljudintensiteten minskar alltså 100 gånger

då ljudnivån sänks med 20 dB.

Svar: 100

10.29 a) Ljudnivån ges av

$$L = 10 \lg \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

där $I = \frac{P}{4\pi r^2}$

vilket ger den sökta ljudnivån som

$$L = 10 \lg \left(\frac{P}{4\pi r^2 I_0} \right)$$

där $P = 1,0 \text{ mW}$ och $r = 4,0 \text{ m}$

vilket ger $L = 10 \lg \left(\frac{1,0 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 4,0^2 10^{-12}} \right) \text{ dB} = 66,97 \text{ dB}$

b) om två hundar skäller samtidigt fördubblas effekten.

Ljudnivån blir då

$$L = 10 \lg \left(\frac{2 \cdot 1,0 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 4,0^2 10^{-12}} \right) \text{ dB} = 69,98 \text{ dB}$$

Svar: a) 67 dB och b) 70 dB

Dopplereffekt

10.30 Ljudkällan är stilla och lyssnaren rör sig mot ljudkällan.

Då har vi $f_l = f_s \left(\frac{v + v_l}{v} \right)$

Här är $v_l = v$

vilket ger frekvensen hos ljudet lyssnaren hör som

$$f_l = f_s \left(\frac{v + v}{v} \right) = 2f_s$$

Svar: Sant

10.31 Lyssnaren är stilla och ljudkällan rör sig mot lyssnaren.

$$\text{Då har vi } f_l = f_s \left(\frac{v}{v - v_s} \right)$$

$$\text{Här är } f_s = 700 \text{ resp. } 990 \text{ Hz}$$

$$\text{och } v_s = 170 \text{ km/h} = 47,2 \text{ m/s}$$

Detta ger frekvenserna som den stillastående personen uppfattar

$$f_{l,700} = 700 \left(\frac{340}{340 - 47,2} \right) \text{ Hz} = 812,8 \text{ Hz}$$

$$f_{l,990} = 990 \left(\frac{340}{340 - 47,2} \right) \text{ Hz} = 1149,6 \text{ Hz}$$

Svar: 813 resp. 1150 Hz

10.32 Först är lyssnaren är stilla och ljudkällan rör sig mot lyssnaren.

$$\text{Då har vi } f_{l,\text{först}} = f_s \left(\frac{v}{v - v_s} \right) \quad (1)$$

$$\text{Här är } f_{l,\text{först}} = 550 \text{ Hz}$$

Sen är lyssnaren stilla och ljudkällan rör sig bort från lyssnaren.

$$\text{Då har vi } f_{l,\text{sen}} = f_s \left(\frac{v}{v + v_s} \right) \quad (2)$$

$$\text{där } f_{l,\text{sen}} = 450 \text{ Hz}$$

(1) ger oss

$$f_s = \frac{f_{l,\text{först}}}{\left(\frac{v}{v - v_s} \right)}$$

som används i (2) istället för f_s .

$$f_{l,\text{sen}} = \frac{f_{l,\text{först}}}{\left(\frac{v}{v - v_s} \right)} \left(\frac{v}{v + v_s} \right)$$

ur vilket den sökta hastigheten fås enligt

$$f_{l,\text{sen}} = f_{l,\text{förs}} \left(\frac{v - v_s}{v + v_s} \right)$$

$$f_{l,\text{sen}} (v + v_s) = f_{l,\text{förs}} (v - v_s)$$

$$f_{l,\text{sen}} v + f_{l,\text{sen}} v_s = f_{l,\text{förs}} v - f_{l,\text{förs}} v_s$$

$$f_{l,\text{förs}} v_s + f_{l,\text{sen}} v_s = f_{l,\text{förs}} v - f_{l,\text{sen}} v$$

$$v_s (f_{l,\text{förs}} + f_{l,\text{sen}}) = v (f_{l,\text{förs}} - f_{l,\text{sen}})$$

$$v_s = v \frac{f_{l,\text{förs}} - f_{l,\text{sen}}}{f_{l,\text{förs}} + f_{l,\text{sen}}} = 343 \frac{550 - 450}{550 + 450} \text{ m/s} = 34,3 \text{ m/s}$$

Svar: 34 m/s eller 123 km/h