

# Favorit matematik

7–9

Special Lärarhandledning



# **Favorit matematik**



**Special Lärarhandledning**

Timo Tapiainen

## KOPIERINGSFÖRBUD

Detta verk är skyddat av upphovsrättslagen. Kopiering, utöver lärares begränsade rätt att kopiera för undervisningsändamål enligt Bonus Copyright Access skolkopieringsavtal, är förbjuden. För information om avtalet hänvisas till utbildningsanordnarens huvudman eller Bonus Copyright Access.

Sidor märkta som kopieringsunderlag får kopieras, men endast för användning i den egna klassen

Vid utgivning av detta verk som e-bok, är e-boken kopieringskyddad.

Den som bryter mot lagen om upphovsrätt kan åtalas av allmän åklagare och dömas till böter eller fängelse i upp till två år samt bli skyldig att erlägga ersättning till upphovsman eller rättsinnehavare.

Studentlitteratur har både digital och traditionell bokutgivning.

Studentlitteraturs trycksaker är miljöanpassade, både när det gäller papper och tryckprocess.

Redaktion: Ingeli Jönsson Stegmark

Art.nr 44810  
ISBN 978-91-44-15582-1  
Upplaga 1:1

Översättning: Tuula Koljonen

Bildkällor: Shutterstock.com  
omslag, 13, 17, 25, 32, 37, 51, 70, 75, 79

© Författaren och Studentlitteratur AB 2022  
Originalets titel: *Pii Toiminnallista matematiikkaa*

© 2010 Publishing Company Otava, Helsingfors  
Timo Tapiainen

Printed by Dimograf, Poland 2022

# Innehåll

## 1 Heltal

1.1	Tal och färgstavar	4
1.2	Addition och subtraktion av heltal	8
1.3	Multiplikation	12
1.4	Division	16
1.5	Delbarhet	20

## 2 Tal i bråkform

2.1	Jämförelse av tal i bråkform	24
2.2	Addition av tal i bråkform	28
2.3	Subtraktion av tal i bråkform	32
2.4	Multiplikation av tal i bråkform	36
2.5	Division av tal i bråkform	42

## 3 Algebra

3.1	Variabler och algebraiska uttryck	50
3.2	Addition av algebraiska uttryck	54
3.3	Addition och subtraktion av algebraiska uttryck	58
3.4	Beräkningar med algebraiska uttryck	62
3.5	Multiplikation av ett tal och ett algebraiskt uttryck	66
3.6	Division av ett algebraiskt uttryck med ett heltal	70
3.7	Beräkna värdet av ett algebraiskt uttryck	74

## 4 Ekvationer

4.1	Lösa ekvationer I	78
4.2	Lösa ekvationer II	82
4.3	Ekvationer med parenteser	86
4.4	Ekvationer med $x$ i täljaren	90

## 5 Procent

5.1	Delen, procentsatsen och det hela	94
5.2	Procentuell förändring och jämförelse	104

Facit	109
-------	-----

Bilaga: Laborativt material	123
-----------------------------	-----

# Förord

Finska elevers goda kunskaper i matematik har fått stor uppmärksamhet under de senaste åren. Alla är långt ifrån överens om orsaken till de finska framgångarna, men det finns vissa moment i den finska undervisningen som visat sig ge extra bra resultat. En viktig del är hur specialundervisningen bedrivs.

I mitt arbete som matematiklärare i Finland har jag ofta upptäckt att många av mina elever har svårt att förstå matematiska begrepp och beräkningsoperationer. Med hjälp av laborativ matematik har eleverna lärt sig förstå begrepp och beräkningar bättre. När eleverna har svårt för ett område behöver de inte ytterligare undervisning av samma sort.

*Favorit matematik 7–9 Special* ger dig möjlighet att använda laborativ matematik i din undervisning. Innehållet i boken ger dig pedagogiska tips och aktiviteter inom fem olika områden: Heltal, Tal i bråkform, Algebra, Ekvationer och Procent.

Enligt Specialpedagogiska skolmyndigheten är det extra viktigt för elever med svårigheter i matematik att laborativt material används på ett tydligt sätt där matematiken hamnar i fokus. För att elevernas lärande ska bli så effektivt som möjligt med laborativt material är lärarens roll avgörande. Lärarens uppgift är framför allt att synliggöra och lyfta fram matematiken så att eleverna får ut så mycket som möjligt av lektionen.

Det laborativa materialet som används i *Favorit matematik 7–9 Special* är färgstavar, bråkcirklar, färgcirklar, geobräden, gummiband och färgpennor. Elever som grundligt får lära sig att använda materialet har hjälp av detta i sin förståelse av matematiken.

Det laborativa materialet gör det möjligt för dig som lärare att konkretisera matematiska begrepp och räkneoperationer. I lärarhandledningens kopieringsunderlag finns uppgifter till eleven med instruktioner om hur uppgifterna kan lösas. Överst på uppgiftssidan står det vilket laborativt material som behövs för att lösa uppgifterna. Exempelen i boken gör det möjligt för dig att åskådliggöra det som ska läras. När en elev gör uppgifter med hjälp av laborativt material, ritar och färglägger sin lösning, formulerar uttryck samt utför beräkningar, förstår eleven de matematiska begreppen och räkneoperationerna bättre.

Elever med matematiksvårigheter behöver möta en variation av arbetssätt inom matematikundervisningen. En effektiv lärandemiljö kännetecknas av att det är god balans mellan olika arbetssätt, elevens eget utforskande och kunskapsökande samt en god och systematisk undervisning och handledning. *Favorit matematik 7–9 Special* kan hjälpa dig med detta.

Jag hoppas att du får många givande lektioner med dina elever!

Uleåborg, 2021-12-01

Timo Tapiainen

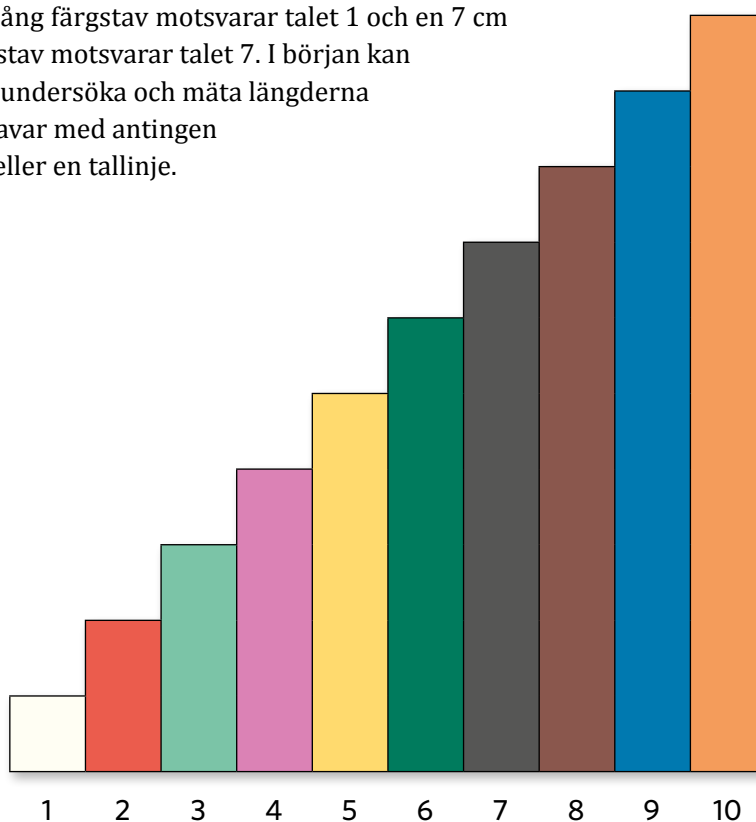
# 1 Heltal

## 1.1 Tal och färgstavar

Material: färgstavar och färgpennor.

När färgstavar introduceras för första gången måste eleverna ges tillräckligt med tid för att bekanta sig med dem. Eleverna måste bli bekanta med färgstavarnas egenskaper och lära sig att använda dem som ett verktyg för att lära sig matematik. Arbetet börjar med att placera färgstavarna sida vid sida från den minsta till den största. På detta sätt lär sig eleverna att känna igen att färgstavarna finns i olika färger och storlekar. Det är lämpligt att introducera färgstavar på detta sätt på alla lektioner där de ska användas.

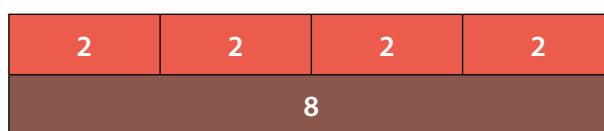
Färgstavar används för att illustrera tal. Till exempel en 1 cm lång färgstav motsvarar talet 1 och en 7 cm lång färgstav motsvarar talet 7. I början kan eleverna undersöka och mäta längderna på färgstavar med antingen en linjal eller en tallinje.



Vid addition av tal med samma tecken placeras färgstavarna som motsvarar talen efter varandra. Den totala längden av färgstavarna motsvarar summan av talen.

EXEMPEL 1

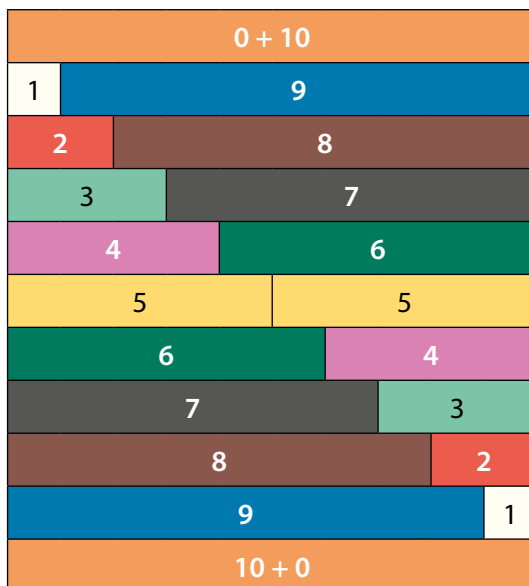
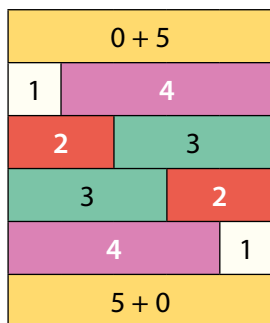
$$2 + 2 + 2 + 2 = 8$$



För vissa elever är tiotalsovergången svår. Då kan vi stödja dem genom att erbjuda tillräckligt många olika tal att dela upp. Att kunna dela upp tal underlättar beräkningar och räknandet går snabbare. Med hjälp av färgstavar kan vi dela upp tal på ett tydligt sätt.

EXEMPEL 2

Dela upp talen 5 och 10 i summan av två termer:



Uppgifterna fokuserar på att presentera addition med hjälp av färgstavar.



# 1.1 Tal och färgstavar

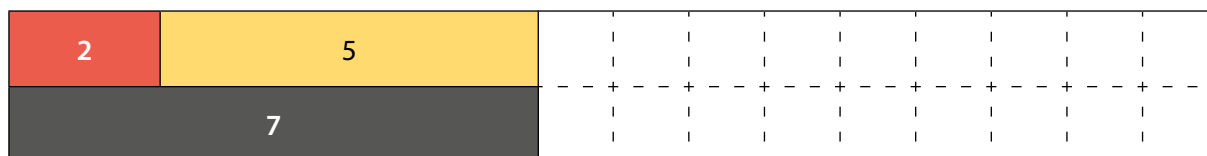
Material: färgstavar och färgpennor.

Färgstavar kan användas som modeller för tal.  
Till exempel motsvaras talen ett och sex av färgstavarna.



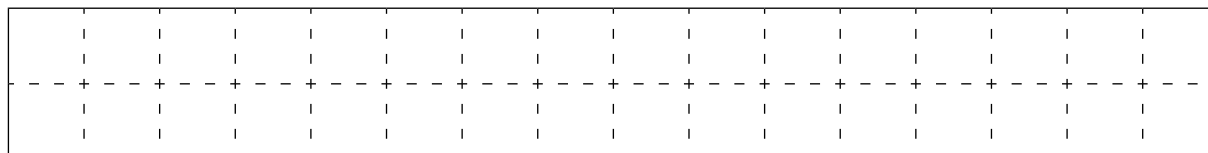
**Gör så här:** När vi adderar tal med samma tecken placerar vi färgstavarna som motsvarar termerna efter varandra. Den sammanlagda längden av färgstavarna motsvarar summan av talen.

- 1 a) Bekanta dig med färgstavar. Placera färgstavar sida vid sida från den minsta till den största.
- b) Bilda additionen  $2 + 5$  med färgstavar. Rita och färglägg bilden. Skriv uttrycket och summan.

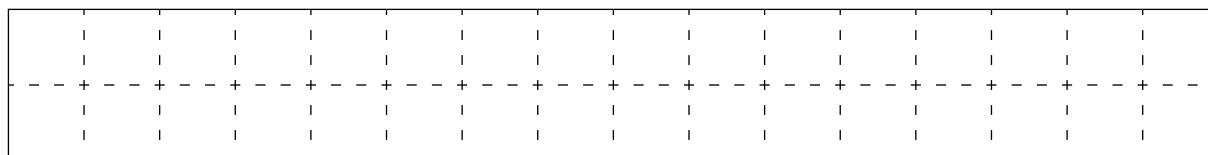


$$2 + 5 = 7$$

- 2 Bilda additionen  $2 + 2 + 2 + 2$  med färgstavar. Rita och färglägg bilden. Skriv uttrycket och summan.



- 3 Bilda additionen  $1 + 4 + 3 + 2$  med färgstavar. Rita och färglägg bilden. Skriv uttrycket och summan.



- 4 Bilda additionen  $5 + 4 + 1 + 6$  med färgstavar. Rita och färglägg bilden. Skriv uttrycket och summan.

\_\_\_\_\_

- 5 Visa med färgstavar att  $5 + 3 = 3 + 5$ . Rita och färglägg bilden.

- 6 Visa med färgstavar att  $4 + 6 = 5 + 5$ . Rita och färglägg bilden.

- 7 Dela upp talet 10 i summan av två termer på fyra olika sätt med hjälp av färgstavar. Rita och färglägg bilderna.

**Gör så här:** Talet 10 kan till exempel delas upp som summan av de två termerna 1 och 9.

- 8 Dela upp talet 12 på fyra olika sätt med hjälp av färgstavar. Rita och färglägg bilderna.



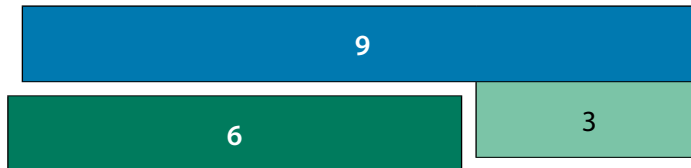
## 1.2 Addition och subtraktion av heltal

Material: färgstavar och färgpennor

När tal med olika tecken adderas placerar vi färgstavarna som motsvarar termerna under varandra. Vi får reda på svaret genom att jämföra längderna på färgstavarna.

EXEMPEL 1

$$9 + (-3) = 6$$

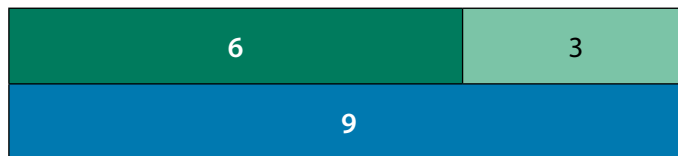


$$9 + (-3) = 9 - 3 = 6$$

När båda termerna i additionen är negativa placerar vi färgstavarna som motsvarar termerna efter varandra. Den sammanlagda längden på färgstavarna motsvarar summan av additionen. De negativa termerna placeras lämpligen i omvänd ordning från höger till vänster. Termerna skrivs då utan minustecken i bilden.

EXEMPEL 2

$$-3 + (-6) = -9$$



$$-3 + (-6) = -3 - 6 = -9$$

I undervisningen kan läraren använda exempel där räkneoperation, bild och resultat relaterar till varandra. På detta sätt lär sig eleverna att sammankoppla bilden och resultaten av räkneoperationen. Detta gör det lättare att illustrera och beräkna nya uppgifter.

EXEMPEL 3

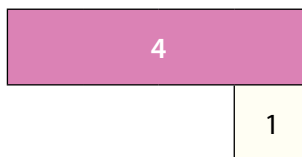
a)  $5 + 2 = 7$



b)  $(-2) + (-3) = -5$



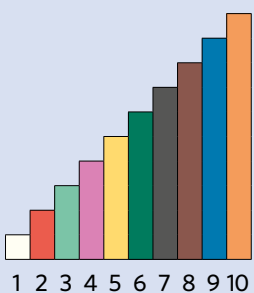
c)  $4 + (-1) = 3$



### Förenklingsregler:

- $-(+\square)$  är förenklat  $-\square$
- $-(-\square)$  är förenklat till  $+\square$
- $+(+\square)$  är förenklat till  $+\square$
- $+(-\square)$  är förenklat  $-\square$

Uppgifterna fokuserar på beräkningar med små heltal. I framtiden kan läraren välja fler räkneexempel, där fokus flyttas från det praktiska materialet till beräkningskompetens.



# 1.2 Addition och subtraktion av heltal

Material: färgstavar och färgpennor.

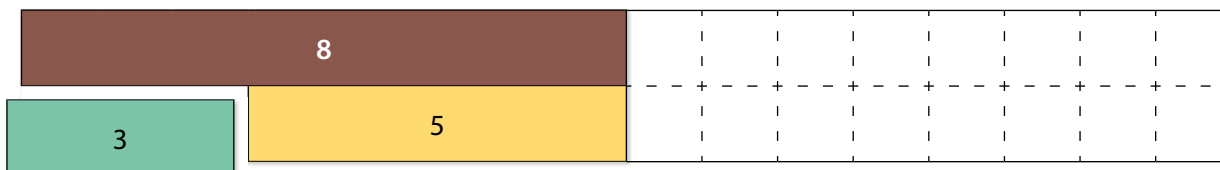
**Gör så här:** När du adderar tal med samma tecken så placeras färgstavar som motsvarar termerna efter varandra. Den sammanlagda längden av färgstavar anger summan av additionen.

- 1 Bilda additionen  $2 + 3 + 5 + 6$  med färgstavar. Rita och färglägg bilden. Skriv uttrycket och summan.

\_\_\_\_\_

**Förenklingsregler:**  
 $-(+\square)$  är förenklat  $-\square$   
 $-(-\square)$  är förenklat till  $+\square$   
 $+(+\square)$  är förenklat till  $+\square$   
 $+(-\square)$  är förenklat  $-\square$

- 2 Räkna additionen  $8 + (-5)$  med hjälp av färgstavar. Skriv uttrycket och summan.



$8 + (-5) = 8 - 5 = 3$

**Gör så här:** När du adderar termer med olika tecken placeras färgstavar som motsvarar talen under varandra. Svar erhålls genom att jämföra längderna på färgstavarna.

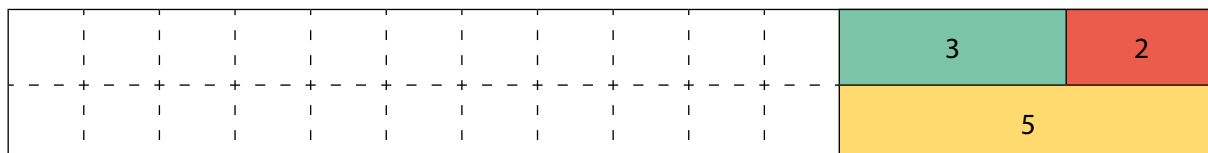
- 3 Räkna additionen  $9 + (-3)$  med färgstavar. Rita och färglägg bilden. Skriv uttrycket och summan.

\_\_\_\_\_



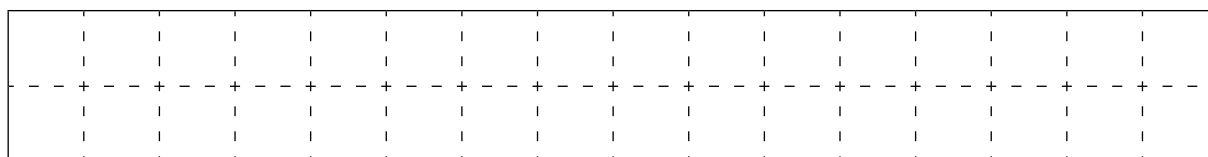
**Gör så här:** När båda termerna är negativa placeras färgstavar som motsvarar talen efter varandra. Den sammanlagda längden på färgstavarna motsvarar summan av additionen.

- 4 Räkna additionen  $-2 + (-3)$  med hjälp av färgstavar. Skriv uttrycket och summan.



\_\_\_\_\_

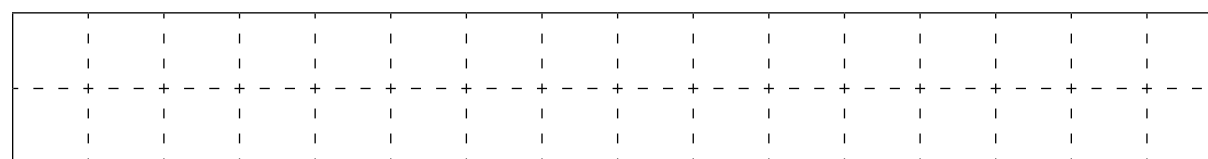
- 5 Räkna additionen  $-3 + (-6)$  med färgstavar. Rita och färglägg bilden. Skriv uttrycket och summan.



\_\_\_\_\_

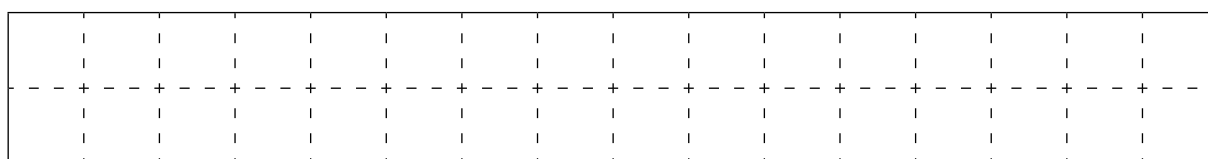
- 6 Räkna additionen med färgstavar. Rita och färglägg bilderna. Skriv uttrycket och summan.

a)  $3 + (-2)$



\_\_\_\_\_

b)  $-4 + (-1) + (-2)$



\_\_\_\_\_



c)  $-5 + (-2) - (-6)$

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

7 Ta hjälp av färgstavar för att bilda summan och differensen av talen  $-4$  och  $-6$ .  
Rita och färglägg bilderna. Skriv uttrycket och summan.

a) summa

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

b) differensen

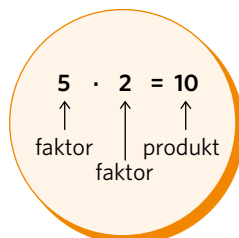
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

## 1.3 Multiplikation

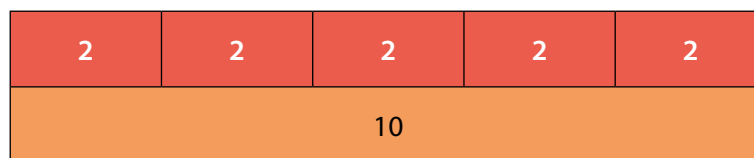
Material: färgstavar och färgpennor

Att använda färgstavar stöder förståelsen av begreppet faktor vid multiplikation. Dessutom kommer användningen av färgstavarna att kunna visa på kopplingen mellan addition och multiplikation på ett naturligt sätt.



EXEMPEL 1

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 5 \cdot 2 = 10$$

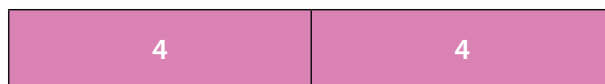


Färgstavar gör det lättare att förstå prioriteringsregeln som är multiplikation och division före addition och subtraktion. Om det finns uttryck med tal i parenteser ska dessa räknas ut först. Det är också givande att beräkna multiplikation av uttryck i parenteser med hjälp av färgstavar. Med färgstavar får eleverna en bättre förståelse för den kommutativa lagen som säger att ordningen mellan faktorerna inte påverkar resultatet av multiplikationen.

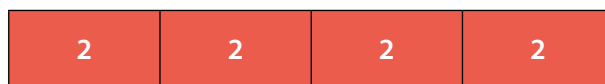
EXEMPEL 2

Bilda en multiplikation med hjälp av färgstavar. Rita bilden.

a)  $2 \cdot 4$



b)  $4 \cdot 2$



Vid diskussioner i undervisningen kan läraren lägga fram färdiga bilder av färgstavar så att eleverna kan fundera på vilken beräkning det handlar om. På detta sätt fördjupas även elevernas begreppsuppfattning om sambandet mellan addition och multiplikation. Samtidigt kan läraren introducera beräkningar med division.

## EXEMPEL 3

Vilken beräkningsmetod visualiserar bilden?



Svar:  $2 + 2 + 2$  eller  $3 \cdot 2$ .

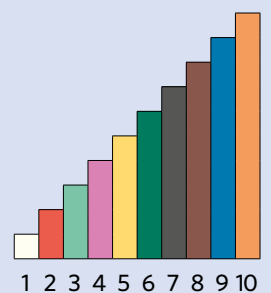
Med hjälp av en tabell kan vi träna på begrepp inom multiplikation och division.

## EXEMPEL 4

Använd färgstavarna för att göra färdigt tabellen.  
Rita och färga lösningen.

faktor	faktor	produkt
6	2	
3		15
	7	14

Uppgifterna fokuserar på både multiplikationer och inläring av korrekt prioriteringsregel.

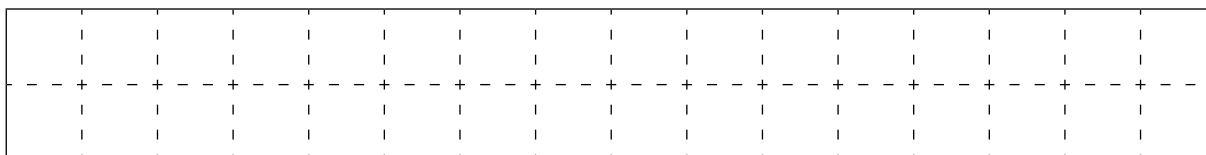


# 1.3 Multiplikation

Material: färgstavar och färgpennor

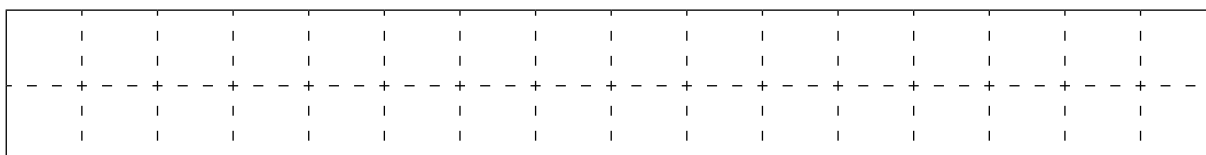
1 Omvandla additionen till en multiplikation. Räkna med hjälp av färgstavar. Rita och färglägg bilden. Skriv uttrycket.

a)  $5 + 5$



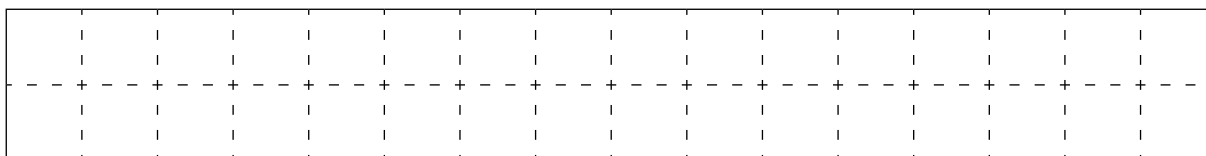

---

b)  $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$




---

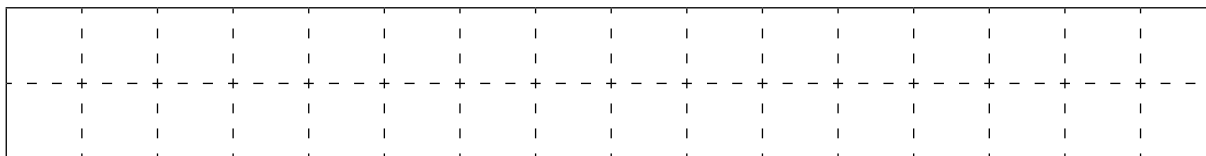
c)  $3 + 3 + 3 + 3$




---

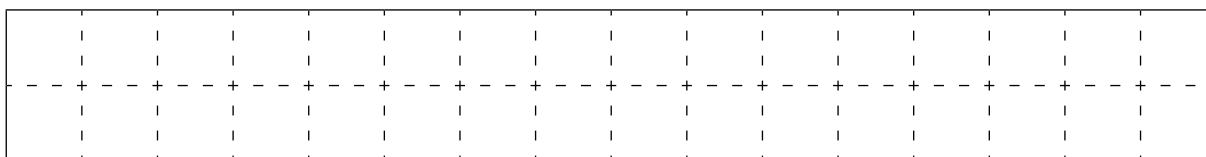
2 Räkna med hjälp av färgstavar. Rita och färglägg bilderna. Skriv uttrycken och produkten.

a)  $2 \cdot (3 + 1)$




---

b)  $2 \cdot 3 + 1$




---



**3** Räkna med hjälp av färgstavar. Rita och färlägg bilderna.  
Skriv uttrycken och produkten.

a)  $2 + 2 \cdot 4$

---

b)  $(2 + 2) \cdot 4$

---

c)  $2 + (4 \cdot 2)$

---

**4** Räkna med hjälp av färgstavar. Rita och färlägg bilderna.  
Skriv uttrycken och produkten.

a)  $2 \cdot 8 - 3 \cdot 4$

---

b)  $-2 \cdot 6 + 3 \cdot 3$

---