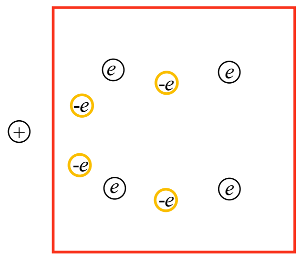
7 Elektricitet

Laddning

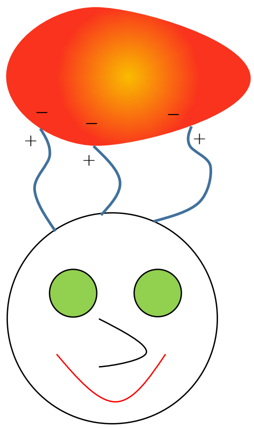
7.1 Om en positiv laddning förs mot en neutral ledare kommer de i ledaren lättrörliga, negativt laddade, elektronerna, att attraheras av den positiva laddningen, s.k. influens. Detta resulterar i en sned laddningsfördelning inom ledaren. Ledaren får ett överskott av negativ laddning nära den positiva laddningen och ett överskott av positiv laddning längre in i ledaren. Den attraherande kraften på den positiva laddningen blir därmed större än den repellerande kraften och den positiva laddningen attraheras av den neutrala ledaren.



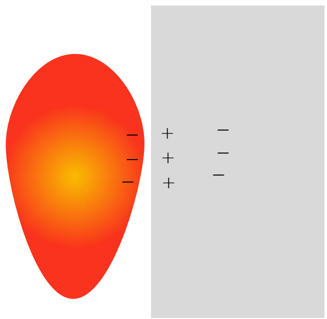
Svar: Sant

7.2 De den tredje, positivt laddade, metallkulan C placeras nära B attraheras de lättrörliga, negativt laddade, elektronerna, i A, B och ledaren mellan de två av C. Vi får ett överskott av negativ laddning i B och ett underskott i A. Då ledaren avlägsnas kvarstår den laddningsfördelningen oavsett om kula C är kvar eller inte. Resultatet blir att A är positivt laddad och B är negativt laddad.
Svar: c)

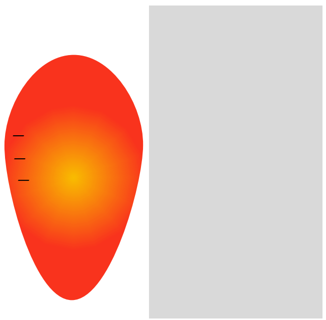
7.3 Se bokens Svar till övningar plus bild nedan.



7.4 Se bokens Svar till övningar plus bild nedan.



7.5 Se bokens Svar till övningar plus bild nedan.



Kraft, spänning och elektriska fält

7.6 Först: $F_1 = k\dfrac{Q_1 Q_2}{r_1^2}$

Sen: $F_2 = k\dfrac{2Q_1 2Q_2}{(2r_1)^2} = k\dfrac{4Q_1 Q_2}{4r_1^2} = k\dfrac{Q_1 Q_2}{r_1^2} = F_1$

d.v.s. kraften är oförändrad.

b) Elektriska fält har, i varje punkt, samma riktning som kraften på en positiv laddning man tänker sig placerad i punkten, d.v.s. bort från positiv laddning och mot negativ laddning.

Svar: a) Falskt och b) sant

7.7 Den sökta Coulombkraften fås som

$$F = k\frac{Q_1 Q_2}{0{,}12^2}$$

För att kunna räkna ut F behöver vi kQ_1Q_2. Detta fås från situationen före

$$10 = k\frac{Q_1 Q_2}{0{,}040^2}$$

vilket ger $kQ_1Q_2 = 10 \cdot 0{,}040^2$

Den sökta kraften fås nu som

$$F = k\frac{Q_1 Q_2}{0{,}12^2} = \frac{10 \cdot 0{,}040^2}{0{,}12^2}\,\text{N} = 1{,}11\ \text{N}$$

Svar: 1,1 N

7.8 Den resulterande kraften på *A* fås som kraften från *B* plus kraften från *C*. I och med att alla tre laddningar är positiva är båda dessa repellerande, d.v.s. riktade åt vänster.

$$F = F_{\text{Bpå}A} + F_{\text{Cpå}A} = k\frac{Q_B Q_A}{r_{AB}^2} + k\frac{Q_C Q_A}{r_{AC}^2} =$$

$$= kQ_A\left(\frac{Q_B}{r_{AB}^2} + \frac{Q_C}{r_{AC}^2}\right)$$

där $Q_A = 1{,}6\cdot 10^{-9}\,\text{C},\ Q_B = 1{,}4\cdot 10^{-9}\,\text{C},\ Q_C = 7{,}2\cdot 10^{-9}\,\text{C},$

$r_{AB} = 1{,}7\cdot 10^{-3}\,\text{m}$ och $r_{AC} = 2\cdot 1{,}7\cdot 10^{-3}\,\text{m} = 3{,}4\cdot 10^{-3}\ \text{m}$

Detta ger $F = 8{,}99\cdot 10^{9}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-9}\left(\frac{1{,}4\cdot 10^{-9}}{\left(1{,}7\cdot 10^{-3}\right)^2} + \frac{7{,}2\cdot 10^{-9}}{\left(3{,}4\cdot 10^{-3}\right)^2}\right)\ \text{N}$

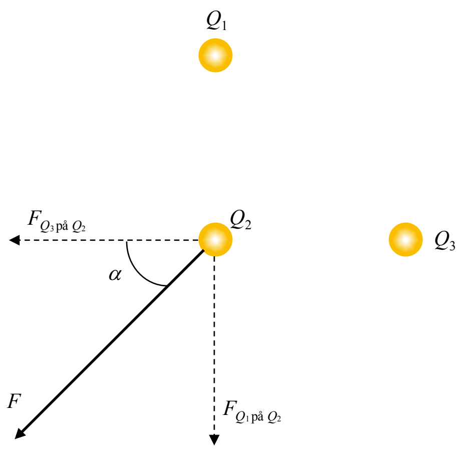
$= 0{,}0159\ \text{N}$

Svar: 16 mN åt vänster

7.9 Kulornas överskottsladdning fördelar sig jämnt på de tre då de är i kontakt med varandra. Detta ger att varje kula får laddningen

$$Q = \frac{10 + 2{,}0 - 6{,}0}{3}\ \mu\text{C} = 2{,}0\ \mu\text{C}$$

Kraften på Q_2 fås sedan som kraften från Q_1 plus kraften från Q_3. I och med att alla tre kulor har samma laddning och det är lika långt mellan Q_1 och Q_2 som mellan Q_1 och Q_3 är de två krafterna också lika stora. De har dock inte samma riktning, trots att de båda är repellerande.



Här är $F_{Q_1 \text{på} Q_2} = k\dfrac{QQ}{r^2_{Q_1Q_2}} = 8{,}99 \cdot 10^9 \dfrac{\left(2{,}0 \cdot 10^{-6}\right)^2}{\left(2{,}5 \cdot 10^{-3}\right)^2}\ \text{N} = 5754\ \text{N}$

och $F_{Q_3 \text{på} Q_2} = F_{Q_1 \text{på} Q_2} = 5754$ N, dock med annan riktning.

Storleken på summan av de två fås med Pythagoras sats

$$F = \sqrt{F^2_{Q_3 \text{på} Q_2} + F^2_{Q_1 \text{på} Q_2}} = \sqrt{5754^2 + 5754^2}\ \text{N} = 8137\ \text{N}$$

och dess riktning med lämpligt trigonometriskt samband

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{F_{Q_1 \text{på} Q_2}}{F_{Q_3 \text{på} Q_2}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5754}{5754}\right)^\circ = \tan^{-1}(1)^\circ = 45^\circ$$

Svar: 8,1 kN riktad 45° snett nedåt vänster.

7.10 Den elektriska kraften

$$F = k\frac{Q_1Q_2}{r^2}$$

ska vara lika stor som tyngdkraften

$$F = mg$$

d.v.s. $k\dfrac{Q_1Q_2}{r^2} = mg$

ur vilket det sökta avståndet fås som

$$r = \sqrt{k\frac{Q_1Q_2}{mg}}$$

Där storleken på laddningarna är

$$Q_1 = Q_2 = Q = 2{,}5 \cdot 10^{21} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C} = 400{,}5\ \text{C}$$

och $m = 0{,}10$ kg

vilket ger $r = \sqrt{k\dfrac{Q^2}{mg}} = Q\sqrt{\dfrac{k}{mg}} =$

$$= 400{,}5\sqrt{\frac{8{,}99 \cdot 10^9}{0{,}10 \cdot 9{,}82}}\text{m} = 3{,}8 \cdot 10^7\ \text{m}$$

Svar: $4 \cdot 10^7$ m

7.11 Spänning $U = \dfrac{W}{Q} = \dfrac{E}{Q}$

ur vilket den sökta anergiomvandlingen fås som

$$E = UQ = 5{,}0 \cdot 10^6 \cdot 130\ \text{J} = 6{,}5 \cdot 10^8\ \text{J}$$

Svar: 0,65 GJ

7.12 Elektriska fältet

$$\overline{E} = \frac{F}{Q} = \frac{k\dfrac{QQ_1}{r^2}}{Q} = k\frac{Q_1}{r^2} =$$

där $Q_1 = 75 \cdot 10^{-9}$ C och $r = 0{,}012$ m.

Detta ger $\overline{E} = 8{,}99 \cdot 10^9 \dfrac{75 \cdot 10^{-9}}{0{,}012^2}$ V/m = $4{,}68 \cdot 10^6$ V/m

Svar: 4,7 MV/m

7.13 Protonen svävar om kraft uppåt

$$F = \overline{E}Q$$

är lika stor som kraft nedåt

$$F = mg$$

d.v.s. $\overline{E}Q = mg$

ur vilket den sökta fältstyrkan fås som

$$\overline{E} = \frac{mg}{Q}$$

där $m = m_{\text{proton}} = 1{,}673 \cdot 10^{-27}$ kg

$Q = Q_{\text{proton}} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C

vilket ger $\overline{E} = \dfrac{1{,}673 \cdot 10^{-27} \cdot 9{,}82}{1{,}602 \cdot 10^{-19}}$ V/m = $1{,}026 \cdot 10^{-7}$ V/m

Svar: 103 nV/m

7.14 Den elektriska fältstyrkan mellan plattorna:

$$\overline{E} = \frac{U}{d} = \frac{10 \cdot 10^3}{1{,}0 \cdot 10^{-3}} \text{ V/m} = 1{,}0 \cdot 10^7 \text{ V/m}$$

Svar: 10 MV/m

7.15 Newtons 2:a lag ger

$$m = \frac{F_{\text{res}}}{a}$$

där $F_{\text{res}} = \overline{E}Q = \frac{U}{d}Q$

vilket ger partikelns massa som

$$m = \frac{F_{\text{res}}}{a} = \frac{\frac{U}{d}Q}{a} = \frac{UQ}{ad}$$

där $U = 2{,}5 \text{ V}$, $Q = 1{,}0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, $a = 22 \cdot 10^3 \text{ m/s}^2$ och $d = 0{,}010$ m.

Detta ger partikelns massa som

$$m = \frac{2{,}5 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-6}}{22 \cdot 10^3 \cdot 0{,}010} \text{kg} = 1{,}14 \cdot 10^{-8} \text{ kg}$$

Svar: $1{,}1 \cdot 10^{-8}$ kg

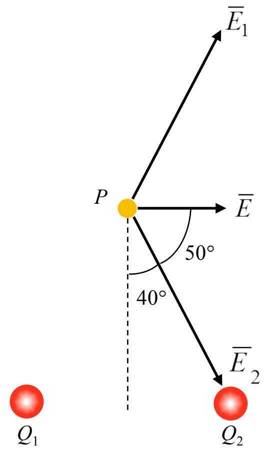
7.16 a) Det resulterande elektriska fältet, $\overline{E}$, i P fås som summan av fälten från Q_1 och Q_2. Fälten från Q_1 och Q_2.har samma styrka men olika riktningar.

Deras styrka är

$$\overline{E}_1 = \overline{E}_2 = k\frac{Q}{r^2}$$

där $Q = 2{,}0 \cdot 10^{-6}$ C och $r = 0{,}50$ m

och deras riktningar framgår av figuren nedan.



De två fälten tar ut varandra i vertikalled. Summan av de två fås därmed som summan av deras horisontella komposanter.

$$\overline{E} = \overline{E}_{1,\text{horisontell}} + \overline{E}_{2,\text{horisontell}}$$

där $\overline{E}_{1,\text{horisontell}} = \overline{E}_1 \cos 50^\circ$

och $\overline{E}_{2,\text{horisontell}} = \overline{E}_2 \cos 50^\circ$

Detta ger $\overline{E} = \overline{E}_1 \cos 50^\circ + \overline{E}_2 \cos 50^\circ =$

$$= k\frac{Q}{r^2}\cos 50^\circ + k\frac{Q}{r^2}\cos 50^\circ = 2k\frac{Q}{r^2}\cos 50^\circ =$$

$$= 2 \cdot 8{,}99 \cdot 10^9 \frac{2{,}0 \cdot 10^{-6}}{0{,}50^2}\cos 50^\circ \text{ N/C} = 92459 \text{ N/C åt höger}$$

b) Newtons 2:a lag ger accelerationen som

$$a = \frac{F_{\text{res}}}{\text{m}} = \frac{Q\overline{E}}{m}$$

där $Q = 4{,}0\ \mu\text{C}$, $\overline{E} = 92459$ N/C och $m = 2{,}2 \cdot 10^{-6}$ kg

Detta ger $a = \dfrac{4{,}0 \cdot 10^{-6} \cdot 92459}{2{,}2 \cdot 10^{-6}} \text{ m/s}^2 = 1{,}68 \cdot 10^5 \text{ m/s}^2$ åt höger.

Svar: a) 92 kN/C åt höger och b) $1{,}7 \cdot 10^5 \text{ m/s}^2$ åt höger

Potentiell energi och potential

7.17 Den potentiella energins nollnivå väljs godtyckligt. Potential är direkt beroende på den potentiella energin så dess nollpunkt är därmed också godtycklig.

Ett elektriskt fält, däremot, har fasta nollpunkter.

Det elektriska fältet kan alltså vara noll där potentialen är noll, men behöver inte vara det.

Svar: Falskt

7.18 Ett homogent elektriskt fälts styrka ges av

$$\overline{E} = \frac{U}{d}$$

där $U = \Delta V = 88$ V och $d = 0{,}025$ m

vilket ger $\overline{E} = \dfrac{\Delta V}{d} = \dfrac{88}{0{,}025}$ V/m = 3520 V/m

Svar: 3,5 kV/m

7.19 a) Den positivt laddade protonen påverkas av en kraft i fältets riktning. Den kommer därmed att accelereras i fältets riktning och dess elektriska potentiella energi minskar då med

$$E_{\text{pot}} = Q\overline{E}s$$

där $Q = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C, $\overline{E} = 2{,}5 \cdot 10^{3}$ N/C och $s = 0{,}070$ m

vilket ger $E_{\text{pot}} = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{3} \cdot 0{,}070 \text{ J} = 2{,}80 \cdot 10^{-17} \text{ J}$

b) Elektronen skjuts iväg i fältets riktning. Den negativt laddade elektronen påverkas av en kraft motsatt riktad fältet, tvärtom som i a). Dess elektriska potentiella energi ökar därför med

$$E_{\text{pot}} = Q\overline{E}s = 2{,}80 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

c) Minskningen i elektrisk potentiell energi ger här en motsvarande ökning i rörelseenergi.

$$E_{\text{pot}} = E_{\text{k}} = \frac{mv^2}{2}$$

ur vilket den sökta hastigheten fås som

$$v = \sqrt{\frac{2E_{\text{pot}}}{m}}$$

där $E_{\text{pot}} = 2{,}80 \cdot 10^{-17}$ J och $m = m_{\text{proton}} = 1{,}673 \cdot 10^{-27}$ kg

Detta ger $v = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 2{,}80 \cdot 10^{-17}}{1{,}673 \cdot 10^{-27}}} \text{ m/s} = 1{,}83 \cdot 10^{5} \text{ m/s}$

d) Energin bevaras alltid. Då elektronen rört sig de 7,0 cm har en del av dess ursprungliga rörelseenergi blivit till elektrisk potentiell energi, resten är kvar som rörelseenergi. Detta ger

$$E_{\text{k,0}} = E_{\text{k}} + E_{\text{pot}}$$

eller $\dfrac{mv_0^2}{2} = \dfrac{mv^2}{2} + E_{\text{pot}}$

där $v = \dfrac{v_0}{2}$

vilket ger $\dfrac{mv_0^2}{2} = \dfrac{m\left(\dfrac{v_0}{2}\right)^2}{2} + E_{\text{pot}}$

ur vilket den sökta ursprungshastigheten v_0 fås

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_0^2}{8} + E_{\text{pot}}$$

$$v_0^2\left(\frac{m}{2} - \frac{m}{8}\right) = E_{\text{pot}}$$

$$v_0^2\left(\frac{4m}{8} - \frac{m}{8}\right) = E_{\text{pot}}$$

$$v_0^2\,\frac{3m}{8} = E_{\text{pot}}$$

$$v_0^2 = \frac{8E_{\text{pot}}}{3m}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{8E_{\text{pot}}}{3m}}$$

där $E_{\text{pot}} = 2{,}80\cdot 10^{-17}$ J och $m = m_{\text{elektron}} = 9{,}109\cdot 10^{-31}$ kg

Detta ger elektronens ursprungshastighet som

$$v_0 = \sqrt{\frac{8\cdot 2{,}80\cdot 10^{-17}}{3\cdot 9{,}109\cdot 10^{-31}}}\ \text{m/s} = 9{,}053\cdot 10^{6}\ \text{m/s}$$

Svar: a) Minskar med $2{,}8\cdot 10^{-17}$ J, b) Ökar med $2{,}8\cdot 10^{-17}$ J, c) $1{,}8\cdot 10^{5}$ m/s och d) $9{,}1\cdot 10^{6}$ m/s

7.20 a) Potentialen fås som

$$V = \frac{E_{\text{pot}}}{Q}$$

där $E_{\text{pot}} = Q\overline{E}s$

vilket ger $V = \dfrac{Q\overline{E}s}{Q} = \overline{E}s$

där $\overline{E} = \dfrac{F}{Q}$

Här är $F = k\dfrac{QQ_{\text{proton}}}{r^2}$

vilket ger $\overline{E} = \dfrac{k\dfrac{QQ_{\text{proton}}}{r^2}}{Q} = k\dfrac{Q_{\text{proton}}}{r^2}$

som ger den sökta potentialen som

$$V = k\frac{Q_{\text{proton}}}{r^2}s$$

Här är $s = r$

så $V = k\dfrac{Q_{\text{proton}}}{r^2}r = k\dfrac{Q_{\text{proton}}}{r}$

där $Q_{\text{proton}} = 1{,}602\cdot 10^{-19}$ C och $r = 0{,}025$ m.

Potentialen 2,5 cm från en proton fås då som

$$V = 8{,}99\cdot 10^{9}\,\frac{1{,}602\cdot 10^{-19}}{0{,}025}\ \text{J/C} = 5{,}76\cdot 10^{-8}\ \text{J/C}$$

b) $\Delta V = V_1 - V_2 = k\dfrac{Q_{\text{proton}}}{r_1} - k\dfrac{Q_{\text{proton}}}{r_2} = kQ_{\text{proton}}\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right)$

där $r_1 = 0{,}010\,\text{m}$ och $r_2 = 0{,}025\,\text{m}$

vilket ger $\Delta V = 8{,}99\cdot 10^{9}\cdot 1{,}602\cdot 10^{-19}\left(\dfrac{1}{0{,}010} - \dfrac{1}{0{,}025}\right)\text{J/C} =$

$$= 8{,}64\cdot 10^{-8}\ \text{J/C}$$

c) Spänningen mellan två punkter är lika stor som skillnaden i potential mellan punkterna.

$$U = \Delta V = 8{,}64\cdot 10^{-8}\ \text{V} = 8{,}64\cdot 10^{-2}\ \mu\text{V}$$

Svar: a) $5{,}8\cdot 10^{-8}$ J/C, b) $8{,}6\cdot 10^{-8}$ J/C och c) $8{,}64\cdot 10^{-2}\ \mu$V

Elektriska kretsar

Ström och resistans

7.21 Ohms lag ger att

$$U = IR$$

där $I = \dfrac{Q}{t}$

vilket ger $U = \dfrac{Q}{t}R$

Om Q ändras till $2Q$ så ändras alltså spänningen från U till $2U$. Detta betyder att om antalet laddningar som passerar genom en resistans varje sekund fördubblas, fördubblas spänningen över resistansen.

Svar: Falskt

7.22 En metalltråds resistans ges av

$$R = \frac{\rho l}{A}$$

vilket ger den sökta resistiviteten som

$$\rho = \frac{RA}{l}$$

Här är $R = 3{,}8\ \Omega$, $A = 7{,}1\ \text{mm}^2 = 7{,}1 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^2$ och $l = 2{,}5$ m

Detta ger $\rho = \dfrac{3{,}8 \cdot 7{,}1 \cdot 10^{-6}}{2{,}5}\ \Omega\text{m} = 1{,}08 \cdot 10^{-5}\ \Omega\text{m}$

Svar: $1{,}1 \cdot 10^{-5}\ \Omega\text{m}$

Ersättningsresistans

7.23 Ohms lag ger strömmen som

$$I = \frac{U}{R}$$

A och B är parallellkopplade och därmed spänningen samma över de två. Den får heta U.

A har dubbelt så stor resistans som B. Det kan skrivas som

$$R_A = 2R_B$$

Strömmen i A fås nu som

$$I_A = \frac{U}{R_A} = \frac{U}{2R_B}$$

och strömmen i B fås som

$$I_B = \frac{U}{R_B} = 2\frac{U}{R_A} = 2I_A$$

Strömmen i B är alltså dubbelt så stor som den i A,

Svar: Sant

7.24 Ohms lag ger spänningen som

$$U = IR$$

där R är kretsens ersättningsresistans.

Vid parallellkoppling fås den från

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

som $$\frac{1}{R} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

vilket ger de sökta spänningen som

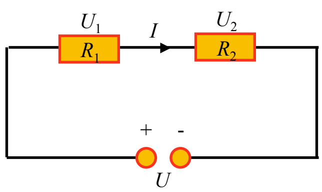
$$U = I\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

där $I = 2{,}0$ A, $R_1 = 2{,}0\ \Omega$ och $R_2 = 3{,}0\ \Omega$.

Detta ger $U = 2{,}0\frac{2{,}0 \cdot 3{,}0}{2{,}0 + 3{,}0}\text{V} = 2{,}4\text{V}$

Svar: 2,4 V

7.25 Vid seriekoppling är strömmen densamma överallt.



Ohms lag ger spänningen över den andra resistans som

$$U_2 = IR_2$$

där I fås, med hjälp av Ohms lag, från den första resistansen

$$U_1 = IR_1$$

$$I = \frac{U_1}{R_1}$$

Detta ger den sökta spänningen som

$$U_2 = IR_2 = \frac{U_1}{R_1} R_2$$

där $U_1 = 0{,}50$ V, $R_1 = 12\ \Omega$ och $R_2 = 5{,}0\ \Omega$

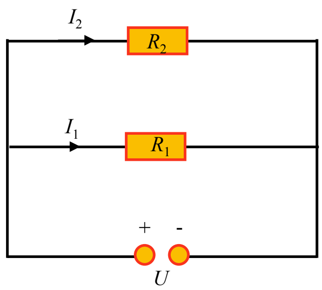
Detta ger $U_2 = \frac{0{,}50}{12} 5{,}0 \text{ V} = 0{,}208 \text{ V}$

Svar: 0,21 V

7.26 Vid parallellkoppling är spänningen densamma över kopplingens alla grenar.

Ohms lag ger strömmen genom den andra resistans som

$$I_2 = \frac{U}{R_2}$$



där U fås, med hjälp av Ohms lag, från den första resistansen

$$U = I_1 R_1$$

Detta ger den sökta strömmen som

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{I_1 R_1}{R_2}$$

där $I_1 = 0{,}50$ A, $R_1 = 12\ \Omega$ och $R_2 = 5{,}0\ \Omega$

Detta ger $I_2 = \frac{0{,}50 \cdot 12}{5{,}0} \text{ A} = 1{,}2 \text{ A}$

Svar: 1,2 A

7.27 Strömmen i A är kretsens huvudström och strömmen i B är strömmen genom R_1.

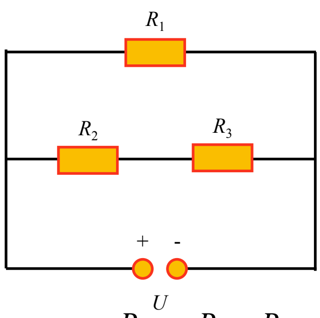
A: Ohms lag ger strömmen i A som

$$I_A = \frac{U}{R}$$

där R är kretsens ersättningsresistans.

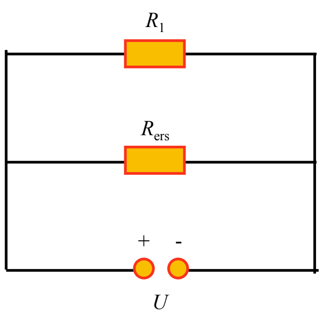
Den beräknas i två steg:

i) Först beräknas ersättningen till de seriekopplade R_2 och R_3.



$$R_{\text{ers}} = R_2 + R_3 = 76 + 26\ \Omega = 102\ \Omega$$

ii) Sedan beräknas ersättningen till de parallellkopplade R_1 och R_{ers}.



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_{\text{ers}}} + \frac{1}{R_1}$$

eller $$R = \frac{R_{\text{ers}} R_1}{R_{\text{ers}} + R_1} = \frac{102 \cdot 172}{102 + 172}\ \Omega = 64{,}03\ \Omega$$

Nu kan strömmen i A beräknas som

$$I_A = \frac{127}{64{,}03}\ \text{A} = 1{,}98\ \text{A}$$

B Ohms lag ger strömmen i B som

$$I_B = \frac{U}{R_1} = \frac{127}{172}\text{ A} = 0{,}738\text{ A}$$

Svar: 2,0 A och 0,74 A

7.28 Ohms lag ger den sökta resistansen som

$$R = \frac{U_R}{I_R}$$

där $U_R = U_{20\Omega} = I_{20\Omega} R_{20\Omega} = 0{,}35 \cdot 20\text{ V} = 7{,}0\text{ V}$

och $I_R = I_{11\Omega} - I_{20\Omega}$

Ohms lag ger strömmen genom 11 Ω resistansen

$$I_{11\Omega} = \frac{U_{11\Omega}}{R_{11\Omega}}$$

där $U_{11\Omega} = U - U_{20\Omega}$

vilket ger $I_{11\Omega} = \dfrac{U - U_{20\Omega}}{R_{11\Omega}}$

och $I_R = \dfrac{U - U_{20\Omega}}{R_{11\Omega}} - I_{20\Omega} = \dfrac{13 - 7{,}0}{11} - 0{,}35\text{ A} = 0{,}195\text{ A}$

Ohms lag ger den sökta resistansen som

$$R = \frac{U_R}{I_R} = \frac{7{,}0}{0{,}195}\,\Omega = 35{,}9\,\Omega$$

Svar: 36 Ω

7.29 a) Kretsens ersättningsresistans beräknas i två steg:

i) Först beräknas ersättningen till de två seriekopplade 14 Ω motstånden

$$R_{\text{ers}} = 14 + 14\,\Omega = 28\,\Omega$$

ii) Sedan beräknas ersättningen till de parallellkopplade 56 Ω och R_{ers}.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{28} + \frac{1}{56}$$

eller $R = \dfrac{28 \cdot 56}{28 + 56}\,\Omega = 18{,}67\,\Omega$

b) Ohms lag ger strömmen genom 56 Ω-motståndet som

$$I_{56\Omega} = \frac{U_{56\Omega}}{R_{56\Omega}} = \frac{12}{56}\text{ A} = 0{,}214\text{ A}$$

Svar: a) 19 Ω och b) 0,21 A

7.30 Spänningskällans spänning kan beräknas som spänningen över

19 Ω-motståndet plus spänningen över parallellkopplingen.

$$U = U_{19\Omega} + U_{\text{parallell}}$$

Spänningen över parallellkopplingen bestäms först. Ohms lag ger

$$U_{\text{parallell}} = U_{10\Omega+20\Omega} = (R_{10\Omega} + R_{20\Omega})I_{10\Omega}$$

där $I_{10\Omega} = \dfrac{U_{10\Omega}}{R_{10\Omega}}$

vilket ger $U_{\text{parallell}} = (R_{10\Omega} + R_{20\Omega})\dfrac{U_{10\Omega}}{R_{10\Omega}} = (10 + 20)\dfrac{4{,}2}{10}\text{ V} = 12{,}6\text{ V}$

Spänningen över 19 Ω-motståndet fås, enligt Ohms lag, som

$$U_{19\Omega} = I_{19\Omega}R_{19\Omega}$$

där $I_{19\Omega} = I_{\text{parallell}} = \dfrac{U_{\text{parallell}}}{R_{\text{parallell}}}$

vilket ger $U_{19\Omega} = \dfrac{U_{\text{parallell}}}{R_{\text{parallell}}}R_{19\Omega}$

Parallellkopplingens ersättningsresistans fås från

$$\frac{1}{R_{\text{parallell}}} = \frac{1}{10+20} + \frac{1}{30+40}$$

som $R_{\text{parallell}} = \dfrac{30 \cdot 70}{30+70}\Omega = 21\Omega$

vilket ger $U_{19\Omega} = \dfrac{U_{\text{parallell}}}{R_{\text{parallell}}}R_{19\Omega} = \dfrac{12{,}6}{21}19\text{ V} = 11{,}4\text{ V}$

Spänningskällans spänning kan nu beräknas enligt

$$U = U_{19\Omega} + U_{\text{parallell}} = 11{,}4 + 12{,}6\text{ V} = 24\text{ V}$$

Svar: 24 V

Energi och effekt i elektriska kretsar

7.31 Då en ström I flyter genom en resistans utvecklas effekten P

$$P = UI$$

som, med Ohms lag, kan skrivas som

$$P = RI^2$$

Om strömmen $3I$ flyter genom samma resistans utvecklas effekten

$$P_{3I} = R(3I)^2 = 9RI^2 = 9P$$

Om strömmen blir 3 gånger större blir alltså effekten 9 gånger större.

Svar: Sant

7.32 LED-lampans effekt är 50 W lägre än glödlampans.

På ett år motsvarar det energin:

$$E = Pt$$

där $P = 50$ W och $t = 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60$ s $= 31536000$ s

Detta ger $E = Pt = 50 \cdot 31536000\ \text{J} = 1576800000\ \text{J} = 1576{,}8\ \text{MJ}$

Om 3,6 MJ kostar 1,0 kr kostar 1576,8 MJ

$$\frac{1576{,}8}{3{,}6}\ \text{kr} = 438\ \text{kr}$$

Svar: 440 kr

7.33 Effekten fås som

$$P = UI_A = 127 \cdot 1{,}98\ \text{W} = 251{,}5\ \text{W}$$

Svar: 250W

7.34 Spänningen över lampan ska vara 5,0 V

$$U_{\text{lampa}} = IR_{\text{lampa}} = 5{,}0\ \text{V}$$

samtidigt som spänningen över lampa och motstånd ska vara 20 V

$$U_{\text{lampa+motstånd}} = IR_{\text{lampa}} + IR_{\text{motstånd}} = 20\ \text{V}$$

Detta ger $I = \dfrac{5{,}0}{R_{\text{lampa}}}$

och $I\left(R_{\text{lampa}} + R_{\text{motstånd}}\right) = 20$

vilka tillsammans ger

$$\frac{5{,}0}{R_{\text{lampa}}}\left(R_{\text{lampa}} + R_{\text{motstånd}}\right) = 20$$

ur vilket det sökta motståndet fås enligt

$$R_{\text{lampa}} + R_{\text{motstånd}} = \frac{20R_{\text{lampa}}}{5{,}0}$$

$$R_{\text{motstånd}} = \frac{20R_{\text{lampa}}}{5{,}0} - R_{\text{lampa}} = R_{\text{lampa}}\left(\frac{20}{5{,}0} - 1\right) = 3R_{\text{lampa}}$$

Ett uttryck för lampans resistans fås från uttrycket för effekten

$$P = U_{\text{lampa}} I_{\text{lampa}} = \frac{U_{\text{lampa}}^2}{R_{\text{lampa}}}$$

eller $\quad R_{\text{lampa}} = \dfrac{U_{\text{lampa}}^2}{P_{\text{lampa}}}$

Detta ger det sökta motståndet uttryckt i givna storheter som

$$R_{\text{motstånd}} = 3\frac{U_{\text{lampa}}^2}{P_{\text{lampa}}}$$

där $\quad U_{\text{lampa}} = 5{,}0$ V och $P_{\text{lampa}} = 10$ W

vilket ger $R_{\text{motstånd}} = 3\dfrac{5{,}0^2}{10}\,\Omega = 7{,}5\,\Omega$

Svar: $7{,}5\,\Omega$

Inre resistans

7.35 Spänningen mellan polerna på ett batteri är beroende på strömmen genom batteriet vilken är beroende av kretsen som kopplas till batteriet.

Svar: Falskt

7.36 För ett batteri gäller

$$U = \varepsilon - IR_{\text{i}}$$

vilket ger den inre resistansen som

$$R_\mathrm{i} = \frac{\varepsilon - U}{I}$$

För kretsen som kopplas till batteriet gäller även

$$U = IR$$

ur vilket ett uttryck för strömmen fås som

$$I = \frac{U}{R}$$

Detta ger $R_\mathrm{i} = \dfrac{\varepsilon - U}{\left(\dfrac{U}{R}\right)} = \dfrac{(\varepsilon - U)R}{U}$

där $\varepsilon = 12$ V, $U = 11$ V och $R = 7{,}0\ \Omega$

vilket ger batteriets inre resistans som

$$R_\mathrm{i} = \frac{(12-11)\cdot 7{,}0}{11}\Omega = 0{,}636\Omega$$

Svar: $0{,}64\Omega$

7.37 a) För batteriet gäller

$$\varepsilon = U + IR_\mathrm{i}$$

För kretsen som kopplas till batteriet gäller även

$$U = IR$$

Detta ger $\varepsilon = IR + IR_\mathrm{i} = I(R + R_\mathrm{i})$

och den sökta strömmen fås som

$$I = \frac{\varepsilon}{R + R_\mathrm{i}}$$

där $\varepsilon = 12$ V, $R = 4{,}0\ \Omega$ och $R_\mathrm{i} = 0{,}30\Omega$

Strömmen blir då

$$I = \frac{12}{4{,}0 + 0{,}30}\text{A} = 2{,}79\text{ A}$$

b) Polspänningen blir

$$U = IR = 2{,}79 \cdot 4{,}0\text{ V} = 11{,}2\text{ V}$$

Svar: a) 2,8 A och b) 11 V

7.38 Lampan lyser med angiven effekt vid angiven ström om spänningen över den är

$$U_{\text{lampa}} = \frac{P_{\text{lampa}}}{I} = \frac{1{,}5}{0{,}40}\text{ V} = 3{,}75\text{ V}$$

Batteriets polspänning ges av

$$U = \varepsilon - IR_{\text{i}}$$

och $U = U_R + U_{\text{lampa}} = IR + U_{\text{lampa}}$

Detta ger $\varepsilon - IR_{\text{i}} = IR + U_{\text{lampa}}$

ur vilket den sökta resistansen fås som

$$R = \frac{\varepsilon - IR_{\text{i}} - U_{\text{lampa}}}{I}$$

där $\varepsilon = 9{,}0\text{ V}$, $I = 0{,}40$ A, $R_{\text{i}} = 0{,}15\,\Omega$ och $U_{\text{lampa}} = 3{,}75$ V

Detta ger $R = \dfrac{9{,}0 - 0{,}40 \cdot 0{,}15 - 3{,}75}{0{,}40}\,\Omega = 12{,}98\,\Omega$

Svar: $13\,\Omega$

Att mäta spänning och ström

7.39 Yttre voltmeterkoppling är lämplig att använda vid stora *R*.

Svar: Falskt

7.40 Se bokens Svar till övningar

7.41 a) Voltmetern visar spänningen över parallellkopplingen. Den kan bestämmas med hjälp av att effekten i en av resistorerna ges av

$$P = UI$$

vilket ger $U = \dfrac{P}{I}$

där $P = 3{,}9$ W och $I = 1{,}6/2$ A $= 0{,}8$ A

Strömmen genom den ena resistansen är lika stor som strömmen genom den andra i och med att de är parallellkopplade och lika stora.

Voltmetern visar

$$U = \frac{3,9}{0,8}\ \text{V} = 4,88\ \text{V}$$

b) Amperemetern mäter den totala strömmen i kretsen.

Innan R_1 går sönder fås kretsens totala resistans från

$$\frac{1}{R_{\text{innan}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_{\text{innan}}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

som $$R_{\text{innan}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Resistorerna är likadana så

$$R_1 = R_2 = R$$

vilket ger $$R_{\text{innan}} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2}$$

Då R_1 går sönder ökar kretsens resistans till

$$R_{\text{efter}} = R$$

I och med att kretsens resistans ökar minskar den totala strömmen i kretsen och amperemeterns utslag minskar.

Voltmetern mäter spänningen över parallellkopplingen som här är samma som spänningen över batteriet. I och med att batteriets inre resistans kan försummas är denna spänning oberoende av strömmen i kretsen och därmed oberoende av kretsens resistans. Voltmeterns utslag är därmed oförändrat.

Svar: a) 4,9 V och b) alternativ C)